

時空合域連續小波轉換應用於岸基雷達觀測近岸波流場之可行性研究

莊士賢¹ 吳立中² 董東璟³ 高家俊⁴

¹國立成功大學海洋科技與事務研究所助理教授

²國立成功大學近海水文中心博士後研究員

³國立台灣海洋大學海洋環境資訊系助理教授

⁴國立成功大學水利及海洋工程研究所教授

摘要

小波轉換(wavelet transform)理論已被成功地應用於多種領域的科學分析以及工程應用。本文探討高維度的「時空合域連續小波轉換」(STCWT)理論應用於分析非均勻及非定常之海面波流交互作用場影像的可行性，以便更準確地描述海面流場在空間的演化特性。研究理論基礎了包括了 STCWT 理論以及非均勻波流場共存影像分析之研究。為能確認 STCWT 理論應用於分析實際遙測影像中流場資訊之果效，本文使用 X-band 雷達影像進行分析與討論，透過與現場實測流速資料確認了該理論應用於實際遙測影像分析的可能性。

關鍵詞：小波轉換、波流交互作用、X-band 雷達影像

Feasibility Study on the Land-based Radar for Detecting Waves and Currents in Coastal Area

Laurence Zsu-Hsin Chuang* Li-Chung Wu Dong-Jiing Doong Chia-Chuen Kao

* Assistant Professor, Institute of Ocean Technology and Marine Affairs, National Cheng Kung University.

ABSTRACT

The wavelet transform is now recognized as a useful, flexible and efficient technique to analyze intermittent, non-stationary and inhomogeneous signals as well as remote sensing images. To verify whether the new tool is best adapted to the problem and to justify the effect of applying this technique on a random wave field with currents, we need to well calibrate the procedures and quantitatively evaluate their performances. Now the well-developed method, spatio-temporal continuous wavelet transform (STCWT), can be applied to the image sequences of wave and current fields extracted from marine radar.

Keywords: Wavelet transform; Wave-current interaction; X-band radar images

一、前言

對海洋工程設計、海上救援、海洋資源保護、海岸保護、以及其它相關海上活動而言，波浪與海流的資訊至為關鍵，缺一不可，因此在海洋學科領域的研究中，波流場的特性常常需要被合併探討。又因波流交互作用會使現場觀測得之波和流的結果

各自含有對方物理特性之影響，這是現有觀測儀器存在的限制，須由分析方法與技術進行修正。

由於受到洋流、潮流及風驅流等因素之影響，台灣周圍海域的海表面流特性複雜，台灣東南海域的表面流主要是受到太平洋北赤道洋流影響；台灣東北部海域則是由季風支配該海域的流況，冬季受到東北季風造成的風趨流影響，海流會隨風速變

化，流速並不規則；在台灣西海岸，其表面流則是以潮流為主。由於海流的特性複雜，光是台灣四周的海域就有顯著的差異，而現有數學理論還尚未完全解析出海面流場的特徵，還是需要倚靠現場實際觀測的結果來瞭解自然界流場的實際特性。

流場的觀測方法可分為直接的現場觀測(in-situ measurement)與間接的遙感探測(remote sensing)兩種方式，其中遙感探測是對海域進行影像攝取或是以量測電磁回波特性之方式，隔空偵測觀測區域內之物理特徵，再搭配適當的影像處理方法，能從中計算出波流場變化。各種現有的波流場遙測技術中，X-band 雷達觀測範圍半徑數公里，且具有較高的解析度，突顯了該設備於研究近岸海域波流場的優勢(Young et al., 1985)。利用 X-band 雷達進行海面觀測，是屬於一種兼具時間與空間特性的三維度觀測技術，且不受日夜影響，具有作業化的潛力。國際間已有許多學者研究如何利用 X-band 雷達測得之海面影像來解析海域波流場，然而大多數的研究文獻是利用傅立葉轉換(Fourier transform)作為解析波流場之演算核心(Young et al., 1985)。

本研究採用之「時空合域連續小波轉換」(Spatio-Temporal Continuous Wavelet Transform；STCWT) 演算方法，在先前研究成果中已成功運用在波流場影像模擬訊號之分析(莊等，2007；莊等，2008；莊等，2009)，並已證實此一創新工具的可行性。本文進一步將此分析工具實際運用在 X-band 雷達的現場實測影像之分析，以驗證「時空合域連續小波轉換」演算方法分析遙測波流場之結果的正確性，並評估其準確程度。

二、理論介紹

2.1 STCWT 理論

小波轉換目前已廣泛被應用於多門學科領域，但其應用範圍多著重在一維訊號的分析及二維影像訊號的辨識與增強，於分析三維度時空合域波浪場時序列的應用則還未獲得普遍的關注。本研究將高維度小波轉換相關理論之方法敘述如下(Mujica, 1999)。

考慮一時空合域之波場影像序列，其包含了時間與空間之訊號，其數學關係如式(1)所示。影像時序列 $s(\bar{x}, t)$ 的傅立葉轉換如式(2)所示，即為影像時

序列訊號於傅立葉空間的表示式。

$$\|s\|^2 = \iint |s(\bar{x}, t)|^2 d^2 \bar{x} dt < \infty \quad (1)$$

$$\hat{s}(\bar{k}, \omega) = (2\pi)^{-1.5} \iint s(\bar{x}, t) e^{-i(\bar{k}\cdot\bar{x} - \omega t)} d^2 \bar{x} dt \quad (2)$$

上式中 ω 為角頻率； \bar{k} 為空間角頻率，其物理意義為空間訊號 \bar{x} 所對應之頻率域，於影像分析領域被稱為空間頻率，應用於波浪領域即為海浪的波數。影像時序列 $s(\bar{x}, t)$ 的高維小波轉換如式(3)所示。

$$S(\bar{b}, \tau, \theta; a, c) = \frac{1}{\sqrt{C_\psi}} \iint a^{-3/2} \times \psi^* \left(a^{-1} c^{-1/3} r_\theta (\bar{x} - \bar{b}), a^{-1} c^{2/3} (t - \tau) \right) s(\bar{x}, t) d^2 \bar{x} dt \quad (3)$$

式(3)中 C_ψ 為小波函數的容許條件(Antoine et al., 2004)。 τ 為小波函數於時間域(time domain)的位移因子，乃控制小波函數在被分析影像序列時間域的移動量。 \bar{b} 與 τ 的物理意義相似，為小波函數於空間域(space domain)的位移因子，乃控制小波函數在被分析影像序列空間域的移動量。 θ 為小波函數的旋轉因子，控制小波函數在空間域的旋轉，其與小波函數旋轉量 r_θ 的數學關係如式(4)所示。 a 為尺度因子，控制小波函數的尺寸，於訊號分析領域可用來分析訊號的頻率。 c 為速度轉換因子，可偵測時空訊號中，某一物件的移動速度。

$$r_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad 0 \leq \theta < 2\pi \quad (4)$$

式(3)呈現出影像時序列 $s(\bar{x}, t)$ 與不同小波函數的內積結果，其物理意義是求取影像時序列與小波函數之間的相關程度。式(3)中的小波函數 $\psi^* \left(a^{-1} c^{-1/3} r_\theta (\bar{x} - \bar{b}), a^{-1} c^{2/3} (t - \tau) \right)$ 描述了小波母函數 ψ 經過 a 、 \bar{b} 、 τ 、 c 與 θ 等參數調整後所產生的函數型態。從之前的研究成果(莊等，2009)中已確認 Morlet 小波適合應用於海洋波場影像的分析，本文延續之前的研究成果，持續使用 Morlet 小波母函數作為小波演算法的核心函數。Morlet 小波母函數於時空域及頻率域(小波母函數經傅立葉轉換後所得之函數，亦即式(5)之時空域小波母函數經傅立葉轉換之結果)的表示式如式(5)與式(6)所示。從式中可看出，兩式的數學表示方法相近，但分別描述時空域 (\bar{x}, t) 與頻率域 (\bar{k}, ω) 的函數關係。當 \bar{k}_0 以及 ω_0 大於等於 6 時，式(5)與式(6)中減號後的第二項會趨近於零(Antoine et al., 2004)，因而可減化兩式的運算量。

$$\psi(\bar{x}, t) = \left[\begin{array}{l} e^{i(\bar{k}_0 \cdot A^{-1}\bar{x})} \cdot e^{-0.5|A^{-1}\bar{x}|^2} \\ - e^{-0.5|A^{-1}\bar{x}|^2} \cdot e^{-0.5|\bar{k}_0|^2} \end{array} \right] \quad (5)$$

$$\hat{\psi}(\bar{k}, \omega) = \left[\begin{array}{l} e^{-0.5|A\bar{k}-\bar{k}_0|^2} - e^{-0.5(|A\bar{k}|^2+|\bar{k}_0|^2)} \\ \times \left[e^{i\omega_0 t} \cdot e^{-0.5t^2} - e^{-0.5t^2} \cdot e^{-0.5\omega_0^2} \right] \end{array} \right] \quad (6)$$

$$\times \left[\begin{array}{l} e^{-0.5|\omega-\omega_0|^2} - e^{-0.5(\omega^2+\omega_0^2)} \end{array} \right]$$

上式中， $A = \text{diag}[\varepsilon^{-0.5}, 1]$ ， $\varepsilon \geq 1$ ，為 usual anisotropy matrix。參數 \bar{k}_0 與 ω_0 為小波母函數於傅立葉空間(小波母函數經傅立葉轉換後所得之函數)的中心位置，也控制著小波母函數的波形震盪程度。

根據 Parseval 定理，時空域的小波轉換結果恆等於頻率域的小波轉換結果，且透過數值技巧，頻率域小波轉換的運算量可大幅降低，藉以提升小波轉換之運算速度(Buessow, 2007)。頻率域的小波轉換數學關係則如式(7)所示：

$$S(\bar{b}, \tau, \theta; a, c) = \frac{1}{\sqrt{C_w}} \iint a^{3/2} \times e^{i(\bar{k} \cdot \bar{b} + \omega \tau)} \times \hat{\psi}^*(ac^{-1/3}r_{-\theta}(\bar{k}), ac^{-2/3}\omega) \delta(\bar{k}, \omega) d^2\bar{k}d\omega \quad (7)$$

小波轉換理論中小波母函數 $\hat{\psi}$ 與小波函數 $\hat{\psi}_{\bar{b}, \tau, \theta, a, c}$ 於傅立葉空間中的關係如下所示：

$$\hat{\psi}_{\bar{b}, \tau, \theta, a, c}(\bar{k}, \omega) = a^{3/2} \cdot \hat{\psi}(ac^{1/3}r_{-\theta}\bar{k}, ac^{-2/3}\omega) \cdot e^{-i(\bar{k} \cdot \bar{b} + \omega \tau)} \quad (8)$$

因此由上式可推導出經由 $\tau, \bar{b}, \theta, a, c$ 等參數作用後，原先於波數域的 \bar{k}_0 會移動至 \bar{k}_p ；原先於頻率域的 ω_0 會移動至 ω_p ，其間的關係如下所示：

$$\bar{k}_p = \frac{\bar{k}_0}{ac^{1/3}r_{-\theta}} \quad (9)$$

$$\omega_p = \frac{\omega_0}{ac^{-2/3}} \quad (10)$$

將離散化的概念引入後，可獲得如下關係式：

$$ac^{-2/3} = \frac{T_t \omega_0}{\pi \Delta t N_t f} \quad (11)$$

$$ac^{1/3} = \frac{T_x \cdot k_{x0}}{\pi \Delta x N_x l_x} \quad (12)$$

上式中的 T_t 與 T_x 為小波母函數於時間域及空間域的視窗寬度(Jordan et al., 1997)。 Δt 為被分析訊號於時間域的取樣間格； Δx 為被分析訊號於空間域取

樣間格。 N_t 與 N_x 則分別為小波函數離散化後於時間域與空間域的長度。透過式(11)及式(12)的數學關係，可將式(3)的小波轉換分析結果轉換成為影像譜(image spectrum)，藉以描述波場影像中頻率、波數與波場影像能量之間的關係。此一關係亦是後續計算流場的重要依據。

2.2 從 STCWT 結果推算流場

波場資訊的能譜轉換為計算波流特性的關鍵。考慮複雜的流場變化，假設波浪遵守線性波 Dispersion relation 的條件下，波浪的頻率與波數的關係可用式(13)表示：

$$\omega_t = \sqrt{gk \tanh(kd)} + k_x u_x + k_y u_y \quad (13)$$

式(13)右側的第 2 及第 3 項可視為波浪受到海表面流場影響產生都卜勒偏移的分散關係式。表面流在 x 和 y 方向上的分量分別為 u_x 和 u_y ； ω_t 則為給定 \bar{k} ， u_x 及 u_y 等條件後，透過式(13)之分散關係式所推得之角頻率值； g 為重力加速度； d 則為觀測海域之水深。

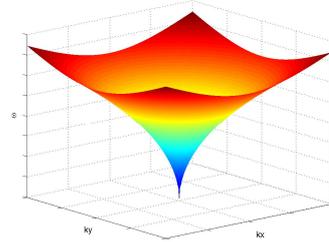


圖 1 無流速條件下，波數(\bar{k})與角頻率(ω_t)之關係

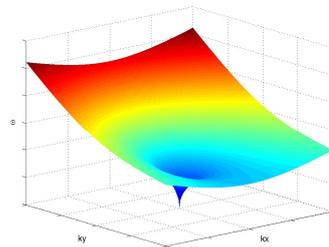


圖 2 $(u_x, u_y) = (0.1, 0)$ 條件下，波數與角頻率之關係

圖 1 與圖 2 為受流影響前後，角頻率與波數之間的關係。從圖 2 可看出，在流速作用下，角頻率與波數之間原本對稱的曲面會因而變形。分析雷達影像時序序列後，可獲得從波場所實測得之頻率 ω_r 。

當式(13)所給定之 \bar{k} , u_x 及 u_y 等條件趨近於實際海面波場的波流條件時, ω_l 與 ω_r 之間的差值理應極小。令 ω_l 與 ω_r 之間的差值平方和為 SSE :

$$SSE = \sum (\omega_r - \sqrt{g|\bar{k}| \tanh(kd)} - k_x u_x - k_y u_y)^2 \quad (14)$$

透過給定不同的 \bar{k} , u_x 及 u_y 等條件, 當 SSE 的最小值時, 所對應之 u_x 及 u_y 即為海面之流場值。

三、現場實驗佈置

為瞭解 STCWT 理論應用於流場分析的可行性以及分析結果之準確度, 本文於 2010 年 5 月於台東海岸地區進行流場觀測之現場試驗, 雷達系統之佈置如圖 3 所示, 試驗位置位於台東市區外圍之海岸地區, 雷達所在之經緯度位置為 (121°9'9.27"N, 22°44'37.65"E)。於台東海岸所測得之雷達影像則如圖 4 所示, 圖 4 中的左半部為陸地之回波影像; 右半部為海浪之回波, 從圖中可辨識出海浪之波紋。實驗所使用之現場測流設備為 GPS 漂流浮標, 如圖 5 所示。GPS 漂流浮標觀測流場的原理是透過浮標內部的 GPS 感測器接收天空中的衛星訊號, 因受海面流場的驅動, 浮標在海面隨海流之牽引而產生漂移現象。透過與衛星之間訊號的都普勒偏移來推算海上漂流浮標的移動速度, 其速度精度可達 0.05 m/sec 以內, 位置精度為 5 m。對於量測海表面流場, 其精度屬可接受的範圍。於此次實驗共佈放了兩組 GPS 漂流浮標, 其漂流軌跡如圖 6 所示。



圖 3 雷達系統佈置於台東市區外圍之海岸地區

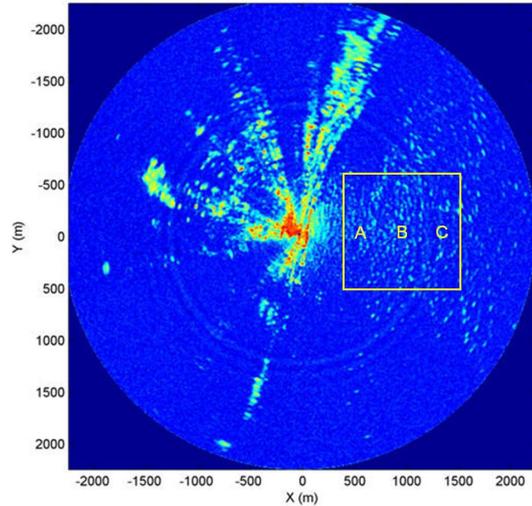


圖 4 台東海岸所測得之雷達影像案例



圖 5 現場試驗使用之 GPS 漂流浮標

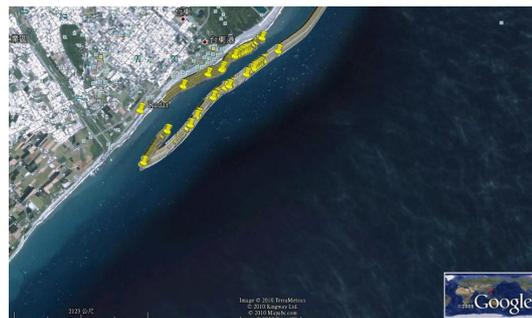


圖 6 GPS 漂流浮標之漂流軌跡

四、分析結果與討論

本文早期之研究主軸為透過模擬的波場影像進行 STCWT 理論的驗證與討論(莊等, 2009)。為瞭解該理論應用於流場分析的可行性以及分析結果之準確度, 本文嘗試將此一小波演算法實際應用於

X-band 雷達遙測波場影像。透過本研究所發展的 STCWT 演算法對雷達影像序列進行分析，所獲得之小波譜結果如圖 7 所示。STCWT 之優勢在於能獲取空間影像中每一個位置點的小波譜，進而計算出每一個位置點的流速、流向及波浪資訊。受限於論文之版面，本文僅挑選出圖 4 中 A、B 以及 C 三位置點的 STCWT 分析結果進行後續之討論。從圖 7 可發現小波譜能量分佈與 Dispersion relation 理論曲線分佈之間的關係。A、B 以及 C 三位置點的小波譜能量分佈位置雖相似但確非完全一樣，這說明了 STCWT 理論應用於解析非均勻影像訊號的優勢，能有效呈現出海域中不同空間位置的影像訊號特徵。

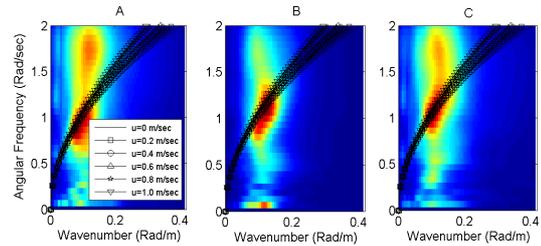


圖 7 雷達影像之 STCWT 分析結果

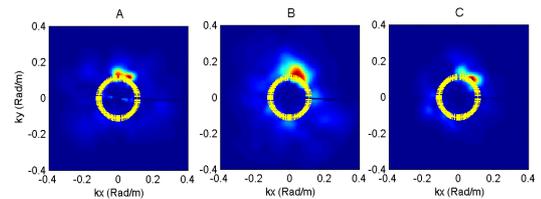


圖 8 雷達影像之小波波數譜分析結果

本文進一步分析雷達影像之小波波數譜，如圖 8 所示。圖 8 中“+”符號所形成之圓圈為 Dispersion relation 所描述流速 $u=0$ m/sec 條件下，波數 k_x 及 k_y 之間的關係。由圖 8 的波數譜能量分佈結果可看出，波浪能量與 $u=0$ m/sec 條件下的 Dispersion relation 之間有些許差異，這說明了實測的波場影像受到流場之影響。透過給定不同流場條件，計算波數譜能量分佈與 Dispersion relation 之間的關係，並從中找出波數譜能量分佈與 Dispersion relation 最一致的流速條件，藉以判斷及確認雷達觀測海域之海況特徵。

透過 STCWT 轉換理論解析實測雷達影像之流場結果與現場 GPS 浮標的觀測結果之比較如表 1 所示。本文選取不同時間位於不同位置之五組 GPS 浮標觀測的流速，並將同步對應的雷達觀測資料進行分析，再比較兩組結果顯示流速的最大差值在 0.3m/sec 之內，流向最大差值則可達約 60°。由此初步的調查試驗之資料比對說明了 STCWT 理論應用於實測雷達影像之流場解析的可行性，流速大小之差異不大，但在較大流速時是否仍能達此準確度則待後續的觀測與分析比較；流向的識別度則待進一步的詳細研討。從本文往昔之理論研究發現，影像邊界效應、影像解析度以及小波理論中的一些參數都是決定時空合域連續小波轉換解析果效的關鍵，未來或可透過上述因子改善雷達影像解析流場的準確度。

表 1 測流資料比對結果

觀測時間	雷達觀測結果 (流速/流向)	GPS 浮標觀測結果 (流速/流向)
14:27	0.63(m/sec) / 18°	0.60 (m/sec) / 74°
14:40	0.51(m/sec) / 11°	0.64 (m/sec) / 58°
15:21	0.78(m/sec) / 50°	0.62 (m/sec) / 59°
15:44	0.44(m/sec) / 27°	0.74 (m/sec) / 54°
16:06	0.89(m/sec) / 27°	1.01 (m/sec) / 43°

五、結論

海表面流是影響各類海上活動的關鍵，也是海洋科學界長期研究與討論的海洋現象。近年來，相觀國內外文獻已提出利用航海 X-band 雷達作為海面流場觀測的可行性。往昔研究多是應用傅立葉轉換作為 X-band 雷達影像分析的核心，該法應用於均勻(homogeneous)且定常(stationary)的資料分析，可獲得實用的結果。但考慮到海面流場並不一定完全均勻且定常，本文將研究主題聚焦於利用時空合域小波轉換理論解析流場特性。

藉由實際雷達影像的分析結果，本文初步證實了時空合域連續小波轉換應用於分析海表面流速的可能性，但對於某些案例的分析結果準確度仍有一定程度的改善空間。儘管如此，時空合域小波轉換能顯現海面流場的特徵，這確實替未來流場之觀測與解析提供了一個新的理論基礎與處理分析技術。此外 STCWT 理論分析流場的過程同時可求得對應

於流之分析位置處的波浪特性，故應用於解析實際海面流場與波場有相當大的發展潛力，這部分的現場波流觀測試驗與驗證則仍在台南七股海域進行中。

謝誌

本文係國科會專題研究計畫「時空合域連續小波轉換應用於波流場影像分析—時空合域連續小波轉換應用於岸基雷達觀測近岸波流場之可行性研究」(編號 NSC 98-2221-E-006-251)之研究成果，承蒙國科會經費之補助使本研究得以順利完成，謹致謝忱。

參考文獻

1. 莊士賢、吳立中、董東璟、高家俊(2007)「高維小波轉換應用於波場的波速與群波速分析之初探」，第二十九屆海洋及海岸工程研討會論文集，第 553~558 頁。
2. 莊士賢、吳立中、董東璟、高家俊(2008)「時空合域連續小波轉換分析近海波場影像可行性探討」，第三十屆海洋及海岸工程研討會論文集，第 553~558 頁。
3. 莊士賢、吳立中、董東璟、高家俊(2009)「時空合域連續小波轉換應用於波流場影像分析—非均勻性波流作用場之解析」，第三十一屆海洋及海岸工程研討會論文集，第 745~750 頁。
4. Antoine, J.-P., Murenzi, R., Vandergheynst, P. and Twareque Ali, S. (2004) *Two-Dimensional Wavelets and their Relatives*, Cambridge university press, Cambridge.
5. Buessow, R. (2007) "An Algorithm for the Continuous Morlet Wavelet Transform," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 21, pp. 2970-2979.
6. Jordan, D., Miksad, R.W. and Powers, E.J. (1997) "Implementation of the continuous wavelet transform for digital time series analysis," *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 68, pp. 1484-1494.
7. Mujica, F.A. (1999) *Spatio-temporal Continuous Wavelet Transform for Motion Estimation*, Dissertation, School of Electrical and Computer Engineering, Georgia, USA.
8. Young, I.R., Rosenthal, W., Ziemer. F. (1985) "A

Three-dimensional Analysis of Marine Radar Images for the Determination of Ocean Wave Directionality and Surface Currents," *Journal of Geophysical Research*, Vol. 90, pp. 1049-1059.