

時空合域連續小波轉換應用於波流場影像 分析—非均勻性波流作用場之解析

莊士賢¹ 吳立中² 董東璟³ 高家俊⁴

¹ 國立成功大學海洋科技與事務研究所助理教授

² 國立成功大學近海水文中心博士後研究員

³ 國立台灣海洋大學海洋環境資訊系助理教授

⁴ 國立成功大學水利及海洋工程研究所教授

摘要

本文之目的在於探討「時空合域連續小波轉換」(STCWT)理論應用於分析非均勻及非定常之波流交互作用場影像的可行性與解析能力，以便更準確地描述波浪與流在空間的演化特性。首先介紹受表面流影響之波場影像序列的數值模擬方法，然後先對規則波場分析求得波浪與流的特性比較來初步證實 STCWT 分析方法的可行性，最後以受流場影響之不規則波場的分析結果的準確度來檢驗 STCWT 的分析能力，並初步證實了 STCWT 應用於波場影像序列的分析，以粹取不同空間位置處波浪與表面流資訊的實用性。

關鍵詞：小波轉換、波流交互作用、波流場模擬

Spatio-Temporal Continuous Wavelet Transform for Wave-Current Image Analysis — A New Approach to Analyzing Inhomogeneous Wave-Current Interaction

Laurence Zsu-Hsin Chuang* Li-Chung Wu Dong-Jiing Doong Chia-Chuen Kao

* Assistant Professor, Institute of Ocean Technology and Marine Affairs, National Cheng Kung University.

ABSTRACT

The wavelet transform is now recognized as a useful, flexible and efficient technique to analyze intermittent, non-stationary and inhomogeneous signals as well as remote sensing images. The aim of this study was to propose a new approach to analyze inhomogeneous wave-current interaction by the theory of spatio-temporal continuous wavelet transform (STCWT), so as to obtain ocean wave and sea surface current information from the wave field images. After implementing the STCWT on simulated wave-current interaction images, we verify the predominance of STCWT as a tool to calculate the sea surface current information from the inhomogeneous images.

Keywords: Wavelet transform; Wave-current interaction; Wave-current field simulation

一、前言

隨著陸地資源的逐漸匱乏，海洋中所蘊含的豐富資源已漸漸成爲人類生存發展所需仰仗的重要憑藉，特別是近海資源的開發利用更是普遍受到重視。波浪與海流爲海水面的兩大作用力，自然界海

水面的波場與流場往往是同時存在且交互作用。對海洋工程設計、海域災害救援以及其它相關海上活動而言，波浪與海流的資訊缺一不可。因此在海洋學科領域的研究中，波流場的特性常常需要被合併探討之。

研究海洋環境的方法可分成三類，包括理論解

析、物理模型以及現場觀測。台灣周圍海域的海表面流特性複雜，現有數學理論還尚未完全解析出海面流場的特徵，需要透過觀測的結果來瞭解自然界流場的實際特性。流場的觀測方法可分為直接的現場觀測 (in-situ measurement) 與間接的遙感探測 (remote sensing) 兩種方式。遙測所拍攝之影像，搭配適當的影像處理方法，能從中計算出流場值。遙測技術具有「廣景覽要」之特性，能對波浪以及海流進行大範圍之觀測，對於流場資訊的獲得為一可行之途徑。近年來，隨著空間流場遙測技術的進步與發展，國內外許多學者開始投入流場的分析及其後續應用等研究議題。Young et al.(1985)提出利用三維傅立葉轉換分析連續的 X-band 雷達影像，以擷取海面波譜資訊，並考量海表面流對波譜產生都卜勒偏移的影響，可藉由偏移量反推求得海表面流場。然而 Young et al.(1985)所提出之傅立葉轉換分析方法是基於被分析影像屬於均勻(homogeneous)之條件下進行。但流場於近岸海域並非完全均勻，現有方法應用於流速計算，其準確度應還有改進空間。

近年來，小波轉換的理論探討與應用在學界蓬勃發展，一套適合分析時空訊號的新興數學理論—時空合域連續小波轉換(spatio-temporal continuous wavelet transform, STCWT) (Mujica, 1999)更於最近幾年陸續被提出。時空合域小波轉換與一般常見之高維度小波轉換理論類似，但其著重於「同步」分析時空合域之訊號，適用於分析具有時間及空間維度資訊的波場影像序列。該理論已被證明其具有分析非定常以及非均勻訊號之能力，應該具有解析出非均勻波流場影像之能力。但由於波浪演化過程複雜多變，再加上流場與其交互作用，如何將小波轉換應用於如此波流交互作用的影像分析，以及小波轉換理論的適用性等，都還需要有嚴謹且完整的探討。

本文之研究主題聚焦於應用 STCWT 理論於波流場中波與流特性的分離，進而在非定常及非均勻的波場影像中解析出波浪與流各自於空間上的特性演變。

二、理論介紹

波場資訊的能譜轉換為計算波流特性的關鍵。本研究團隊於往昔之研究已提出 STCWT 分析波浪

譜的方法，並經由不具均勻性之不規則方向波場的解析能力，證實該方法的可行性與準確度 (莊等，2007; 莊等，2008)，本文則進一步探討波流共存時，STCWT 是否能從遙測影像中分離出波和流的各自特性。

本文之波流場模擬是基於線性波理論之波流交互關係，但 STCWT 的推算則不受此假設之限制。假設波浪傳遞時，其通量守恆。如圖 1 所示，假設波場從右半部的無流場作用區進入到左半部的流場作用區。令導致波浪折射的流場強度為 u ，此一流場與波浪之間的夾角為 β ，如圖 1 所示。根據線性波理論，在右半部無流作用之波場，波浪之角頻率 (δ_a) 可透過下式求得：

$$\delta_a = \sqrt{gk_a \tanh(k_a d_a)} \quad (1)$$

於波場左半部的流場作用區，角頻率 (ω_b) 會受到流速 (u) 之影響而改變：

$$\omega_b = \delta_b + uk_b \sin \beta \quad (2)$$

$$\delta_b = \sqrt{gk_b \tanh(k_b d_b)} \quad (3)$$

上述式中， d_a 與 d_b 分別為無流區與有流區之對應水深， k_a 與 k_b 分別為無流區與有流區之對應波數。根據波浪理論，波速可由下式求得：

$$T = \frac{L_a}{C_a} = \frac{L_b}{C_b - u \sin \beta} \quad (4)$$

$$u = \left(\frac{\omega_b}{k_b} - \frac{\delta_b}{k_b} \right) / \sin \beta \quad (5)$$

$$= \left[c_b - \sqrt{\frac{g}{k_b} \tanh(k_b d_b)} \right] / \sin \beta$$

上式中 L_a 與 L_b 分別為無流區與有流區之波浪波長， C_a 與 C_b 分別為無流區與有流區之波浪波速。

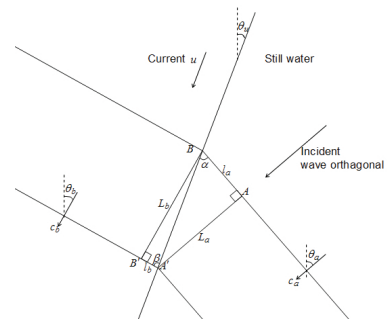


圖 1 波浪受流場影響後所產生之折射變化

式(5)可用來處理受到單一恆定流場影響前後的波場變形，若考慮更複雜的流場變化，則可透過 Gangeskar(2002)所提出利用波浪分散關係式計算所得之流場結果。該法是以最小二乘法為基礎，所獲得的方程式則可直接用來計算流速的 x 和 y 分量，再經方向轉換可以得到海面流的大小和方向。先假設在深水的條件下，波浪的頻率與波數的關係可用式(6)表示：

$$\omega_l = \sqrt{gk} + k_x u_x + k_y u_y \quad (6)$$

式(6)可視為受到流影響產生都卜勒偏移的分散關係式。表面流在 x 和 y 方向上的分量分別為 u_x 和 u_y ， ω_l 則為給定 k ， u_x 及 u_y 等條件後，透過式(6)之分散關係式所推得之角頻率值。圖 2 與圖 3 為受流影響前後，角頻率與波數之間的關係。從圖 3 可看出，在流速作用下，角頻率與波數之間原本對稱的曲面會因而變形。分析雷達影像時序列後，可獲得從波場所實測得之頻率 ω_r 。當式(6)所給定之 k ， u_x 及 u_y 等條件趨近於實際海面波場的波流條件時， ω_l 與 ω_r 之間的差值理應極小。令 ω_l 與 ω_r 之間的差值平方和為 SSE ：

$$SSE = \sum (\omega_r - \sqrt{g|\bar{k}|} - k_x u_x - k_y u_y)^2 \quad (7)$$

透過給定不同的 k ， u_x 及 u_y 等條件，當 SSE 的最小值時，所對應之 u_x 及 u_y 即為海面之流場值。考慮到大自然界的波譜能量不一定會集中於特定之頻帶，因此可將小波能譜做為不同頻帶的加權值，可得式(8)的方程式：

$$SSE = \sum E(\omega_r, \sqrt{g|\bar{k}|} - k_x u_x - k_y u_y)^2 \quad (8)$$

上式中 $E(\omega, k_x, k_y)$ 為小波能譜中，不同頻帶之對應能量，在此用來決定不同頻帶 (ω, k_x, k_y) 之權重。

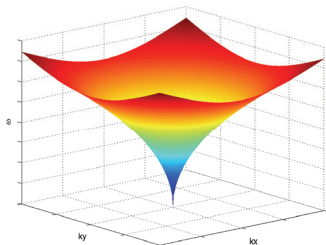


圖 2 無流速條件下，波數 (k) 與角頻率 (ω_l) 之關係

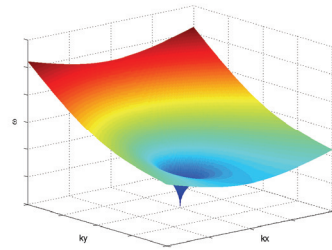


圖 3 $(u_x, u_y) = (0.1, 0)$ 條件下，波數與角頻率之關係

三、分析方法之驗證

為瞭解『時空合域連續小波轉換』(STCWT)理論應用於流場分析的可行性以及分析結果之準確度，本文使用受非均勻流場所影響的不規則波場影像來進行分析與驗證。首先討論規則波與流之交互作用的影像模擬方法。單一方向規則波場時序列的數學關係式如式(9)所示：

$$\eta(x, y, t) = a_i \cdot \cos\left[\bar{k} \cdot \cos \alpha \cdot x + \bar{k} \cdot \sin \alpha \cdot y - \omega t\right] \quad (9)$$

$$\omega = \sqrt{g|\bar{k}| \tanh\left(\bar{k}|d\right)} + \bar{k} \cdot \bar{u} \quad (10)$$

其中 a_i 為波場的振幅， \bar{k} 為波數， α 為波向， ω 為角頻率， \bar{k} 與 ω 之間的關係則可透過式(10)之分散關係式求得。

3.1 受流影響之規則波場影像的數值模擬與分析

首先模擬受流影響之規則波，假設是波向為 225° 、週期為 8sec 的深水波浪，並於波場的右半部受到由北向南，流速=1.5 m/sec 的表面流影響。由圖 4 的模擬結果可看出波場右半部的波長變短，且波向有轉折之現象，這是因為流場影響所造成的。

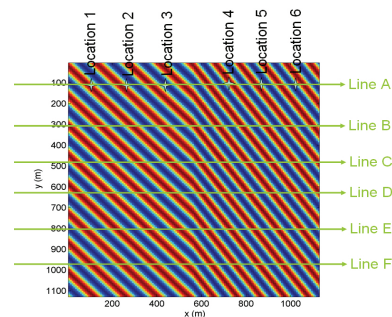


圖 4 受流影響之規則波場影像與分析位置示意圖

為能確認 STCWT 演算法於分析波流場的解析能力，本研究選取圖 4 波場影像中不同剖面(Line A~F)上的 6 個位置點(Location1~6)進行分析驗證。由於篇幅之限制，現僅展現剖面 Line C 的小波能譜分析結果。其中影像左側 Location2 及影像右側 Location5 的小波能譜如圖 5 及圖 6 所示。圖中曲線為分散關係式的理論曲線(即為圖 2 與圖 3 在頻率-波數面上的投影)，其中虛線為不受流速影響的分散關係式；實線為受到流速=1.5m/sec 影響下的分散關係式。結果顯示，圖 5 的能量集中於虛線所在位置；圖 6 的能量則集中於實線所在位置。上述結果說明了 STCWT 小波能譜能呈現出受到流速影響後的波浪特徵變化，而此一現象就是推算流速值的關鍵。透過小波能譜的波數譜(wavenumber spectrum) (即為圖 2 與圖 3 在波數面上的投影)可求得圖 7 與圖 8 的能量分布，藉此能有效辨識出不同流速條件之影響，進而計算出流速值。

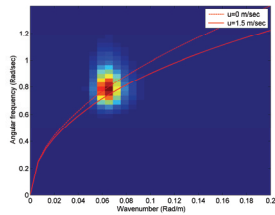


圖 5 未受流影響之 Location2 的小波能譜(波浪譜)

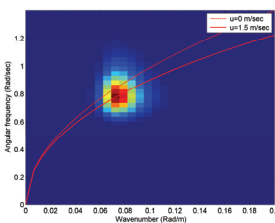


圖 6 受流影響之 Location5 的小波能譜 (波浪譜)

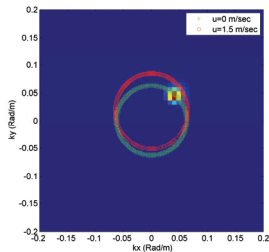


圖 7 未受流影響之 Location2 的小波能譜(波數譜)

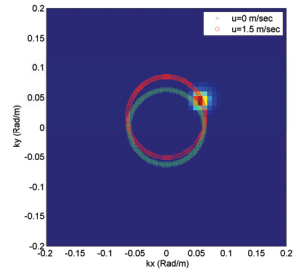


圖 8 受流影響之 Location5 的小波能譜(波數譜)

進一步分析求得波場影像中不同位置處的流速結果整理如圖 9 所示，每一個 Location 在 LineA 到 LineE 不同剖面的分析結果大都重疊在相同數值。Location1, 2, & 3 在不同剖面的流速應是 0 值，但分析求得的值是約 0.5 m/sec；Location4, 5, & 6 在不同剖面的流速應是 1.5 m/sec，除了 Line F 分析結果之準確度較不佳外，其他分析求得的值亦是約 1.5 m/sec。Line F 流速分析結果之準確度較不佳應該是受到波場影像邊界之影像，本文已於往昔研究探討過此一現象(莊等，2008)，並提出解決方案。

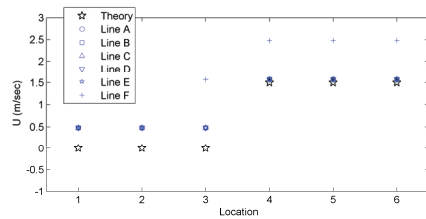


圖 9 規則波場的流速分析結果

3.2 不規則波受流影響之理論解析

本文先前的研究(莊等，2008)已針對 STCWT 應用於不規則波場影像的解析能力作探討。現考量 STCWT 分析不規則波受流影響之解析效果，首先延用先前研究對不規則波浪場的模擬是採用波譜法，透過方向波譜形式來決定波場的特徵。至於流場影響前後，波浪之變形，可根據 Tucker(1991)提出波浪傳遞時，相鄰波浪行進射線間的 Energy flow (P_s) 恆定之定理，求解受表面流影響前後的方向波譜變化：

$$P_s = E_a(\omega, \theta_a) \Delta \omega \Delta \theta_a C_{ga} l_a = E_b(\omega, \theta_b) \Delta \omega \Delta \theta_b C_{gb} l_b \quad (11)$$

上式中的下標 a 代表深海條件， b 則代表淺水條件， C_g 為群波波速， $\sqrt{l_a/l_b}$ 為折射係數。根據線性波理論，波浪傳遞時 ω 與 $\Delta \omega$ 恆定。因波浪淺化時會造成波向分佈的變動，因此波浪折射前後， θ 與 $\Delta \theta$ 並

非定值。當 $\Delta\theta$ 很小時，可以微分關係表示 $\Delta\theta$ 之關係，根據 Snell's Law (Tucker, 1991)：

$$k[\sin(\theta + \Delta\theta) - \sin\theta] \cong k \frac{d(\sin\theta)}{d\theta} \Delta\theta \quad (12)$$

$$= k \cos\theta \Delta\theta = Const$$

上式可改寫為：

$$\frac{\Delta\theta_a}{\Delta\theta_b} = \frac{k_b \cos\theta_b}{k_a \cos\theta_a} \quad (13)$$

根據圖 1 的幾何關係：

$$\frac{l_a}{l_b} = \frac{(\overline{A'B}) \cos\theta_a}{(\overline{A'B}) \cos\theta_b} = \frac{\cos\theta_a}{\cos\theta_b} \quad (14)$$

$$\frac{\Delta\theta_a l_a}{\Delta\theta_b l_b} = \frac{k_b}{k_a} \quad (15)$$

$$\frac{E_a(\omega, \theta_a) \Delta\omega \Delta\theta_a C'_{ga}}{k_a} = \frac{E_b(\omega, \theta_b) \Delta\omega \Delta\theta_b C'_{gb}}{k_b} \quad (16)$$

式(16)為無表面流影響下，波浪受地形影響所產生折射前後之波浪關係。若同時受到表面流以及地形影響所造成的波浪淺化，其能量守恆之關係為 [Tucker(1991)]：

$$P_s = \frac{E_a(\omega, \theta_a) \Delta\omega \Delta\theta_a C'_{ga} l_a}{\omega_a} \quad (17)$$

$$= \frac{E_b(\omega, \theta_b) \Delta\omega \Delta\theta_b C'_{gb} l_b}{\omega_b}$$

根據波浪分散關係式，角頻率 ω 不因地形影響而改變，僅受表面流的影響，因此：

$$\omega_b = \omega_a + ku \sin\beta \quad (18)$$

若考慮到流場之作用，群波速也會受到影響：

$$C'_g = C_g + u \sin\beta \quad (19)$$

結合式(16)~(19)經整理後，能量變化之關係可表示為：

$$\frac{E_a(\omega, \theta_a) C'_{ga}}{k_a \omega_a} = \frac{E_b(\omega, \theta_b) C'_{gb}}{k_b (\omega_a + k_b u \sin\beta)} \quad (20)$$

上式經整理後可得：

$$E_b(\omega, \theta_b) = \left(\frac{k_b}{k_a} \right) \left(\frac{C'_{ga}}{C'_{gb}} \right) \left(\frac{\omega_a + k_b u \sin\beta}{\omega_a} \right) E_a(\omega, \theta_a) \quad (21)$$

此為波浪從無流區傳遞至有流區，其受到海流以及地形影響所造成的折射關係，因此：

$$C'_{ga} = C_{ga} \quad (22)$$

$$C'_{gb} = C_{gb} + u \sin\beta \quad (23)$$

結合式(14)~(21)，可得：

$$E_b(\omega, \beta) = \left(\frac{k_b}{k_a} \right) \left(\frac{C_{ga}}{C_{gb} + u \sin\beta} \right) \left(\frac{\omega_a + k_b u \sin\beta}{\omega_a} \right) E_a(\omega, \alpha) \quad (24)$$

透過上述之數學關係，可獲得表面流作用前後，方向波譜的演變。將此一關係式結合波場模擬理論，可模擬出不同波高、週期、波向、水深以及流場條件下的波場影像，進而作為驗證 STCWT 演算法之用。

3.3 受流影響之不規則波場影像的模擬與分析

根據上述之理論，本文模擬一深水波場，其相關假設條件如下：有義波高=1 m，對應之平均週期 =5 sec，起始波向=-45 度。波場的右半部受到流速=1.0 m/sec 由南向北之流場影響。從圖 10 的模擬結果可看出波場右半部因受到與波向反向之流場影響，波長較左半部波場略短；波向產生折射；波能也略為提高。

不規則模擬波場之分析結果如圖 11 與圖 12 所示，從小波能譜的波數譜可看出波場左半部與右半部分分析求得之小波能譜分布的差異。透過分析不同流速條件的分散關係式與波數譜能量分布之間的關係，可反推出波場中所隱含的流場資訊。從圖 11 的分析結果反推得流速約-0.1 m/sec；從圖 12 的分析結果反推得流速約 0.8 m/sec。與實際波場模擬時所給定的流速條件 0 m/sec 與 1 m/sec 有些許之差異。造成差異的其中兩項主要原因應來自於被分析波場的週期條件以及波場本身之解析度。

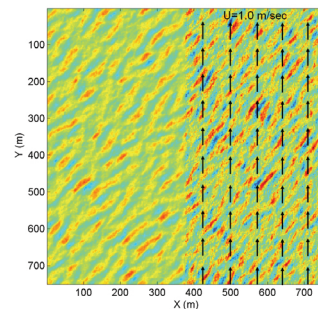


圖 10 不規則模擬波場之模擬結果

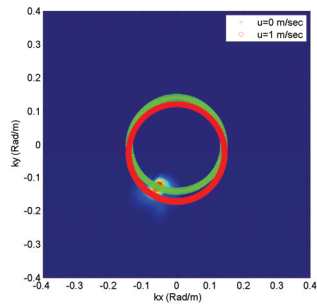


圖 11 不受流影響之不規則波場之小波能譜

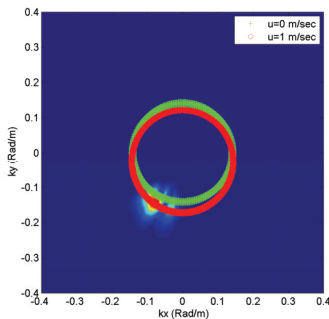


圖 12 受流影響之不規則波場之小波能譜

四、結論

波浪與海流為海水面的兩大作用力，自然界的波場與流場往往是同時存在且交互作用。近年來隨著海洋科技的進步，吾人所能獲取的波流資訊已不再僅侷限於海面單一固定點的時序列資料。透過遙測技術能取得兼具空間與時間域的波場影像序列，因其中並隱含有流場的訊息，透過現有的分析方法，可從波場影像中計算出波浪與海流等海洋特性的重要參數。為從波場訊號中解析出流速的資訊，都卜勒效應是目前普遍被引用的原理。透過譜分析法，將波場影像序列轉換成波浪能量在頻率域與波數域上之聯合分布，進一步解析波譜中海流所造成波數及波向的都卜勒偏移量，即可反推出流速值。往昔研究多是應用傅立葉轉換作為譜分析的工具，該法適用於分析均勻 (homogeneous) 且定常 (stationary) 的資料。考慮到波浪與海流的交互作用場不一定完全均勻且定常，有必要發展具有分析非定常且非均勻波流場的方法，藉以更合理的描述波流場中波流之間的交互作用。

本文將研究主題聚焦於利用時空合域小波轉換理論分離波流場特性的解析能力之探討，藉由規則

波及不規則方向波譜與流的交互作用所模擬的非定常及非均勻數值波流場影像序列之分析結果，初步證實了時空合域連續小波轉換應用於非均勻波流場特性分析的可行性。這替未來波流場之觀測與解析提供了一個新的理論基礎與處理分析技術，特別是在深具非定常及非均勻特性的近海，甚至是近岸海域，波與流的特性是不斷隨時間與空間而改變，時空合域小波轉換相較於現有方法的分析結果更能顯現波與流的演變。

謝誌

本文係國科會專題研究計畫「時空合域連續小波轉換應用於波流場影像分析 — 非均勻性波流作用場之解析」(編號 NSC 97-2221-E-006-258)之研究成果，承蒙國科會經費之補助使本研究得以順利完成，謹致謝忱。

參考文獻

1. 莊士賢、吳立中、董東璟、高家俊(2007)「高維小波轉換應用於波場的波速與群波速分析之初探」，第二十九屆海洋及海岸工程研討會論文集，第 553-558 頁。
2. 莊士賢、吳立中、董東璟、高家俊(2008)「時空合域連續小波轉換分析近海波場影像可行性探討」，第三十屆海洋及海岸工程研討會論文集，第 553-558 頁。
3. Gangeskar, R. (2002) "Ocean Current Estimated From X-Band Radar Sea Surface Images," *IEEE*, Vol. 40, No. 4, pp. 783-792.
4. Mujica, F.A. (1999) "Spatio-temporal Continuous Wavelet Transform for Motion Estimation," Dissertation, School of Electrical and Computer Engineering, Georgia, USA.
5. Tucker, M.J. (1991) *Waves in Ocean Engineering Measurement, Analysis, Interpretation*, Ellis Horwood Limited, England.
6. Young, I.R., Rosenthal, W. and Ziemer, F. (1985) "A Three-dimensional Analysis of Marine Radar Images for the Determination of Ocean Wave Directionality and Surface Currents," *Journal of Geophysical Research*, Vol. 90, pp. 1049-1059.