

潮位資料補遺之研究

黃瓊珠¹ 李汧軍² 洪銘堅³ 陳惠玲⁴ 董東璟⁵ 高家俊⁶

1. 成功大學近海水文中心研究助理
2. 華梵大學環境與防災設計學系副教授
3. 經濟部水利署水文技術組組長
4. 經濟部水利署水文技術組
5. 成功大學近海水文中心助理研究員
6. 成功大學水利及海洋工程學系教授

摘要

應用調和分析法分析天文潮位需要長期的觀測資料，由於潮位觀測常因人為或外在因素的影響導致觀測中斷而無法取得完整的資料。本文利用調和分析法以天文潮位疊代的方法做為資料補遺，以求獲得準確的天文潮位。由研究結果顯示，對資料紀錄長度為一年，資料連續缺失率在 20% 以下；或資料長度為二年以上，資料連續缺失率在 60% 以下時，資料補遺之結果良好。當資料紀錄長度介於一至二年之間，資料缺失率在 20% 以上時，由於(1) S_2 與 R_2 、 T_2 ；(2) K_1 與 ψ_1 、 S_1 及(3) S_a 與 S_{sa} 等分潮的角速度較接近，引起各分潮間相互影響，造成 S_2 、 K_1 及 S_a 分潮在資料補遺過程中，無法收斂至真實的分潮振幅。考慮兩個角頻率相近的分潮所組成的合成潮，由 S_2 、 K_1 及 S_a 鄰近各分潮間之合成潮包絡線週期推算之結果可知，資料補遺的最佳資料長度為二年。

關鍵詞：調和分析、分潮

Abstract

The harmonic analysis method needs a long-term observation data for calculation. If the observed data are missing quite a lot due to some reasons, then this method cannot estimate astronomical tide height so well. Thus the purpose of this paper is to obtain accurate astronomical tide height by using astronomical tide to retrieve the missing data. It is shown that the supplement is reasonable agreement under the condition at the data loss being below 20% in a year or 60% for more than two years. If the data loss ratio is above 20% of the data record length lies within one to two year, the supplement results cannot converge to the real of the amplitude among the tide component of S_2 , K_1 and S_a . The reason is that the amplitude of tide components called S_2 with R_2 and T_2 ; K_1 with ψ_1 and S_1 ; S_a with S_{sa} are mutually affected each other. Consider two component tides with close by angle frequency to constitute the resultant tide, it is necessary to make the supplement with 2 years data length can acquire better result.

Keywords: harmonic method, component tide

一、前言

潮汐(tide)是海洋運動現象中極為重要，且為持續的作用力之一，舉凡涉及海岸工程、海洋工程、港灣工程之研究規劃，潮位資料的收集與分析為基本的背景工作之一，必須有固定的觀測設備及連續的記錄，經由調和分析(harmonic method)、統計分析等方法，求得規劃設計條件，相同的資料對於海域流場數值模式邊界條件的提供與檢核亦為必需；或者進行潮汐水位預報，提供航運規劃、工程施工及海上遊憩活動的參考，因此潮汐和人類的活動息息相關(陳、黃，1990)^[1]。

潮汐水位之分析及預報方法包括非調和分析

法(non-harmonic method)、反應函數法(response method)及調和分析法(harmonic method)等，其中調和分析法需要長期的觀測資料，其分析與推算較為容易，故此分析方法常應用於潮汐分析上(郭，2001)^[2]。例如陳、黃(1990)^[1]使用調和分析探討台灣附近海域的潮汐變化特性。楊、梁及唐(1996)^[3]利用頻譜法及調和分析法，分別分析基隆與高雄的水位資料，探討其分潮的組成及低頻變化，然而測站的平均水位、 M_2 及 K_1 分潮的分潮振幅並不因資料的增長而漸趨穩定，有明顯的 10 年以上的低頻變化，故以長期資料來預報短期水位變化，並不能保證會增進預報的準確度。李、何及林(1998)^[4]利用中央氣象局 3 年的潮汐預報結果，分析與校驗高

低潮時的誤差，在台灣半日潮地區有很好的預報結果；但在混合潮地區，其潮時誤差較大，超過 30 分鐘佔相當大的比例。由以上之研究可知，調和分析可以反應當地之區域特性，然而調和分析所使用的資料長度是否會影響分析的結果，則必須進一步分析。

潮位資料對於海岸工程、海洋工程、港灣工程之研究規劃極為重要，在應用分析時，需要長期的連續記錄，然而潮位之觀測常因人為或外在因素的影響，導致測站的潮位資料有缺失或錯誤的情形，因此本文利用潮位的觀測資料及使用調和分析方法，模擬不同潮位資料缺失的比率，經過多次的疊代計算後，將其結果與原始的潮位資料比較，探討潮位資料補遺的特性。

二、調和分析

以牛頓所提出之平衡學說為基礎，將潮汐視為各種分潮的總和，如圖 1 所示。潮汐運動造成對地球表面水粒子之引潮力，而引起水面起伏運動，由於星球間作規則之週期性運動，其造成之引潮力引動地球表面之水粒子運動亦同樣具有週期性，故可以用傅立葉級數展開：

$$\eta(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \quad (1)$$

$$= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} H_n \cos(\omega_n t - \epsilon_n)$$

其中 A_0 為平均海水位， $H_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$ 為分潮的振幅， ω_n 為分潮的角頻率， $\epsilon_n = \tan^{-1}(B_n / A_n)$ 為分潮之相位角(phase angle)， H_n, ϵ_n 稱為調和常數(harmonic constants)。理論上應將所有的天文潮展開，但實際應用上可依要求之精度，選取 k 個分潮予以求得最佳近似之潮汐運動方程式 $y(t')$ ，假設如下：

$$y(t') = A_0 + \sum_{r=1}^k A_r \cos \omega_r t' + \sum_{r=1}^k B_r \sin \omega_r t' \quad (2)$$

上式中 $y(t')$ 為某時刻之潮位。設 μ 為觀測潮位 y_i 與預測潮位在時間為 t' 時刻之殘差(residual or error)，即 $\mu = [y_i - y(t')]$ 。今在等時距之潮位紀錄總數 $2n+1$ 個期間，欲使潮位預測方程式有最佳近似，則應使其殘差平方和為最小，即

$U = \sum_{i=-n}^n [y_i - y(t')]^2$ 。根據最小二乘法原理，欲使 U 為最小，則應滿足下列式子：

$$\frac{\partial U}{\partial A_0} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial A_s} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial B_s} = 0, \quad s = 1, 2, 3, \dots, k \quad (3)$$

由以上 $2k+1$ 個聯立方程式，可以解出預測方

程式中 $2k+1$ 個未知數，進而求得平均水位 A_0 及各分潮相對之振幅 $H_s = \sqrt{A_s^2 + B_s^2}$ 及相位角 $\epsilon_s = \tan^{-1}(B_s / A_s)$ 等調和常數。

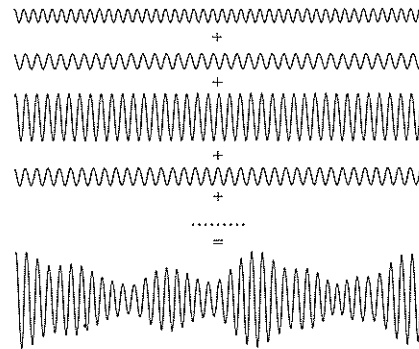


圖 1 分潮之合成示意圖

理論上潮汐包括無限多個分潮成分，但應用上僅能就主要分潮來進行分析，一般常取用的 60 個分潮如表 1 所示，依據林(1967)^[5]對調和分析期間的選擇，如有長時間的實測紀錄，採用 369 天觀測值係最理想的調和分析期間，不但可以將短週期分潮全部分離，且可以除去不規則氣象潮的影響，如紀錄不足 369 日，則使用 355 日或 326 日實測紀錄亦可，本文所分析的資料長度超過一年，故在應用調和分析時，使用 60 個分潮計算調和常數。

表 1 60 分潮之名稱、週期及角頻率

分潮名稱	週期 (hr)	角頻率 (°/hr)	角頻率差值 (°/hr)	分潮名稱	週期 (hr)	角頻率 (°/hr)	角頻率差值 (°/hr)
Sa	8765.821090	0.0410686	0.0410687	M2	12.420601	28.9841042	0.0821373
Ssa	4382.905209	0.0821373	0.4622374	MKS2	12.385502	29.0662415	0.3893838
Mm	661.309205	0.5443747	0.4715211	z2	12.221774	29.4556253	0.0728536
Mst	354.367052	1.0158958	0.0821373	L2	12.191620	29.5284789	0.4304544
Mf	327.838969	1.0980331	11.7562531	T2	12.016449	29.9589333	0.0410667
2Q1	28.006233	12.8542862	0.0728536	S2	12.000000	30.0000000	0.0410667
o1	27.848388	12.9271398	0.0728536	R2	11.983596	30.0410667	0.0410670
Q1	26.868357	13.3986609	0.4715211	K2	11.967235	30.0821373	0.4622374
o1	26.723053	13.4715145	0.4715211	MSN2	11.786131	30.5443747	0.0821373
O1	25.819342	13.9430356	0.0821373	KJ2	11.754522	30.6265120	0.3893838
MPI	25.668133	14.0251729	0.4668792	2SM2	11.606952	31.0158958	11.9112440
M1	24.841202	14.4920521	0.0774955	MO3	8.386393	42.9271398	0.5490165
z1	24.709072	14.5695476	0.3483171	M3	8.280401	43.4761563	0.4668793
z1	24.132140	14.9178647	0.0410667	SO3	8.192424	43.9430356	0.0821373
P1	24.065890	14.9589314	0.0410686	MK3	8.177140	44.0251729	1.0158957
S1	24.000000	15.0000000	0.0410686	SK3	7.992706	45.0410686	12.3827651
K1	23.934470	15.0410686	0.0410667	MN4	6.269174	57.4238337	0.5443747
PI	23.869299	15.0821353	0.0410706	M4	6.210301	57.9682084	0.4715211
o1	23.804477	15.1232059	0.3893838	SN4	6.160193	58.4397295	0.5443747
o1	23.206957	15.5125897	0.0728536	MS4	6.103339	58.9841042	0.0821373
J1	23.098477	15.5854433	0.4715211	MK4	6.094852	59.0662415	0.9337585
SO1	22.420178	16.0569644	0.0821373	S4	6.000000	60.0000000	0.0821373
OOF	22.306074	16.1391017	11.2025947	SK4	5.991797	60.0821373	26.3258007
OQ2	13.166703	27.3416964	0.0821373	2MN6	4.166284	86.4079380	0.5443747
MNS2	13.127267	27.4238337	0.4715211	M6	4.140200	86.9523127	0.4715210
2N2	12.905374	27.8953548	0.0728536	MSN6	4.117870	87.4238337	0.5443747
n2	12.871758	27.9682084	0.4715211	2MS6	4.092388	87.9682084	0.0821373
N2	12.658348	28.4397295	0.0728536	2MK6	4.088570	88.0503457	0.9337585
v2	12.626004	28.5125831	0.3893838	2SM6	4.045666	88.9841042	0.0821373
OP2	12.455900	28.9019669	0.0821373	MKS6	4.041935	89.0662415	
M2	12.420601	28.9841042					

三、資料補遺之方法

本文所使用的資料補遺方法，是將資料缺失時間點的水位以平均水位取代，利用調和分析求出第一次的天文潮位，將第一次的天文潮位取代資料缺失的部份後，再進行第二次的調和分析，經過多次的疊代，各分潮的振幅及相位角呈穩定的收斂狀

態，而趨近於一定常值，資料補遺之執行程序如圖 2 所示。

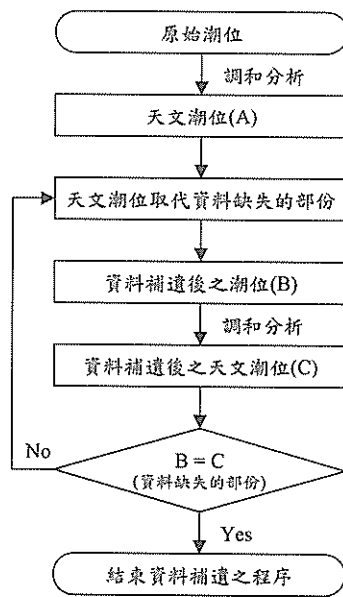


圖 2 資料補遺之步驟

本文選取一至三年的完整潮位觀測資料，假設一段時間上的資料缺失，使用上述的方法進行資料補遺。圖 3 為假設部份潮位資料缺失，經過多次天文潮位疊代後之資料補遺歷程，圖中的圓點為潮位觀測值，虛線為實際的天文潮位，實線則為各次補遺的潮位。由圖 3 可知，第一次天文潮位補遺其誤差最大，這是由於原始資料中缺失一部份資料，以能量的觀念來說，在第一次調和分析時，缺失的水位不具有任何的能量，將第一次天文潮位取代原始資料中的缺失部份，再進行第二次的調和分析時，由於第一次天文潮位補遺的水位已回補部份的能量，故第二次的天文潮位更接近實際的天文潮位。因此在經過多次的資料疊代後，所得的天文潮位最後將趨近於實際的天文潮位。

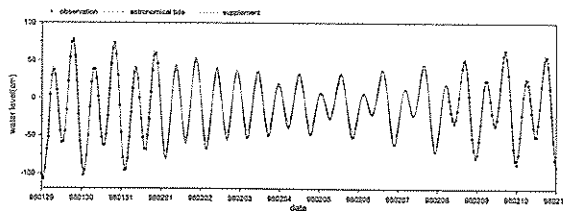


圖 3 潮位資料之補遺過程

四、基本資料及分析結果

綠島潮位站為經濟部水利署所設置的潮位觀測站，位於台灣東部外海，面對開闊的海洋，附近之海底地形陡降，故當地之潮汐現象受海底地形的影響較小，因此本文利用綠島潮位站 2002 年至 2004 年之潮位資料作為分析的基本資料，探討潮位資料補遺的特性，其測站之地理位置及基本資料，如圖 4 及表 2 所示。

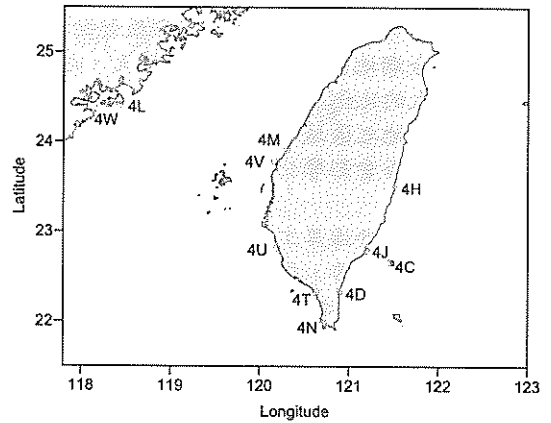


圖 4 測站之位置圖

表 2 經濟部水利署潮位站之基本資料

潮位站	測站簡碼	北緯(N)	東經(E)
綠島	4C	22°39'44"	121°27'53"
大武	4D	22°20'15"	120°53'50"
石梯	4H	23°29'41"	121°30'22"
富岡	4J	22°47'27"	121°11'35"
料羅灣	4L	24°24'31"	118°25'48"
芳苑	4M	23°54'53"	120°17'50"
蟬廣嘴	4N	21°59'08"	120°42'43"
嘉和	4T	22°19'26"	120°37'35"
永安	4U	22°49'08"	120°11'05"
麥寮	4V	23°47'10"	120°09'37"
水頭	4W	24°25'16"	118°17'21"

4.1 資料補遺之分析

將綠島潮位站之一、二年及三年潮位資料，分別以連續 10% 至 60% 之缺失率進行資料補遺，資料之缺失時間以 2002 年 2 月 1 日 0 時為基準，資料補遺之疊代次數為 20 次。

將一年潮位資料之補遺結果，分別以主太陰半日週期 M_2 、主太陽半日週期 S_2 、日月合成日週期 K_1 及主太陰日週期 O_1 之分潮振幅繪圖比較。圖 5 為 M_2 、 S_2 、 K_1 及 O_1 四個分潮在資料補遺過程中之變化情形， M_2 及 O_1 在經過 20 次的疊代後，均收斂至原始的分潮振幅值，而 S_2 及 K_1 分別在資料缺失 30% 及 20% 以上時，無法收斂至原始的分潮振幅值。

為了解 S_2 及 K_1 分潮在資料缺失率高於 20% 以上時，其資料補遺之誤差變大的原因，以下分別將各缺失率的第 20 次疊代結果，經調和分析後所得之 60 個分潮的振幅繪圖比較，如圖 6 所示。由表 1 之角頻率差值可以得知， M_2 及 O_1 分潮並無角速度相近的其他分潮存在，而 S_2 與 R_2 、 T_2 及 K_1 與 ψ_1 、 S_1 等分潮的角速度較接近，引起各分潮間相互影響(林, 1967)^[5]，因此造成 S_2 及 K_1 分潮能量向兩側的鄰近分潮傳遞，使得計算結果無法收斂至原始的分潮振幅。

應用二年以上潮位資料之補遺結果可知， M_2 、 S_2 、 K_1 及 O_1 四個分潮在經過 20 次的疊代後，

均可收斂至原始的分潮振幅值，資料缺失率越高，其收斂的疊代次數明顯增加，如圖 7 及圖 8 所示。

為探討資料補遺的方法在台灣地區其他測站的適用性，因此選定石梯、富岡、大武、蟬廣嘴、永安、料羅灣及水頭等 7 站，使用資料紀錄長度為

一年及二年，各測站之分析方法依照綠島潮位站的分析程序，其分析結果與綠島潮位站之結果相同，故資料補遺的方法適用於台灣地區其他測站。

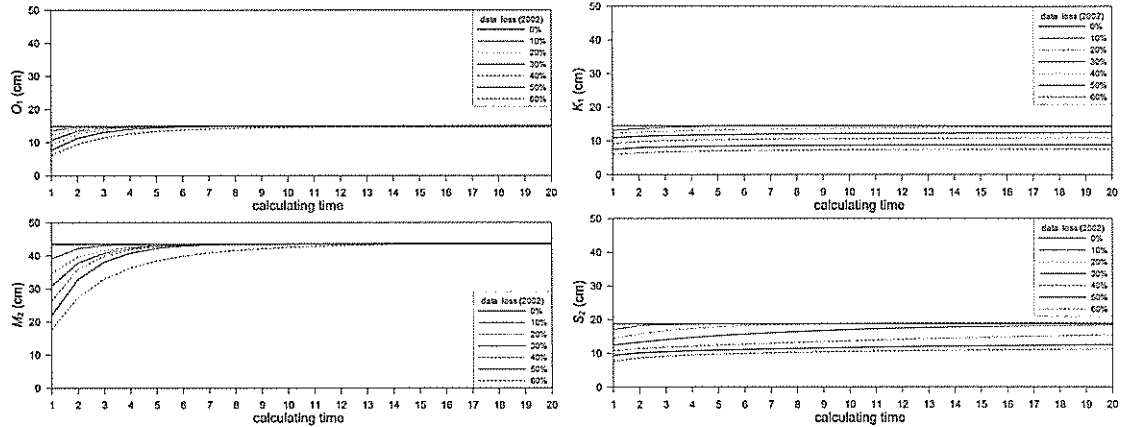


圖 5 應用一年資料補遺，四個主要分潮振幅之變化歷程

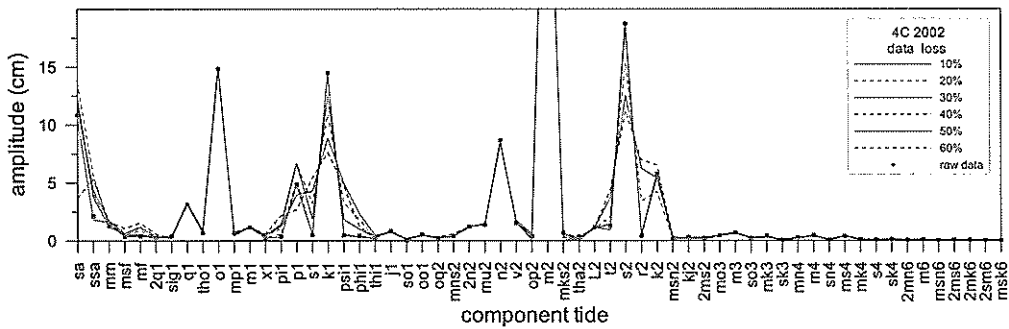


圖 6 應用一年資料補遺，60 個分潮振幅之變化過程

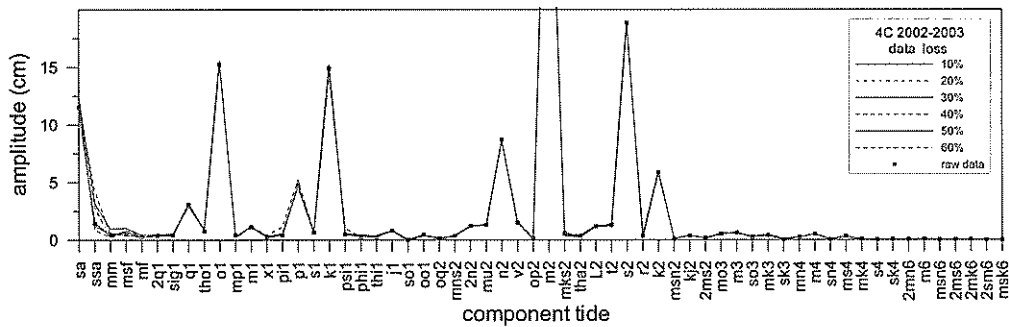


圖 7 應用二年資料補遺，60 個分潮振幅之變化過程

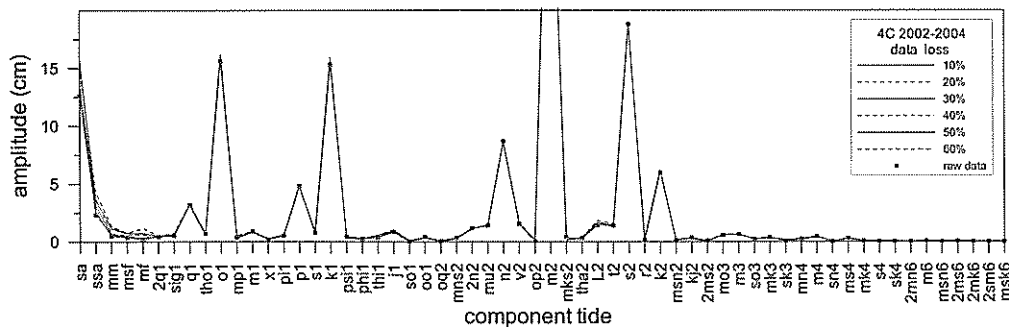


圖 8 應用三年資料補遺，60 個分潮振幅之變化過程

4.2 分潮之間的交互影響

應用二年以上的資料長度進行資料補遺時，可

以獲得很好的補遺結果，但使用一年的資料長度作資料補遺時，卻在太陽年週期 S_0 及太陽半年週期

S_m ；全日分潮的 π_1 、 P_1 、 S_1 、 K_1 、 ψ_1 及 ϕ_1 ；半日分潮的 T_2 、 S_2 、 R_2 及 K_2 等分潮間，無法收斂至原始的分潮振幅，因此資料的時間長度影響資料補遺的結果。

潮汐可視為各個分潮的總和，如以正弦函數來表示潮汐分潮，其合成可寫成

$$H_t = \sum A_n \sin \left[\frac{2\pi t}{T_n} + \varepsilon_n \right] \quad (4)$$

其中 H_t 為任一時間 t 的潮高， A_n 為振幅， T_n 為週期， ε_n 為相位角。為了探討兩個分潮之間的交互影響，因此假設只有兩個分潮，其週期分別為 T_A 及 T_B ，且令 $A_n = 1$ ， $\varepsilon_n = 0$ ，由三角函數之和差化積公式，可以簡化為

$$H_t = A \sin \left[\frac{2\pi t}{T_D} \right]; A = 2 \cos \left[\frac{2\pi t}{T_C} \right], T_C = \frac{2T_A T_B}{T_B - T_A}, T_D = \frac{2T_A T_B}{T_B + T_A} \quad (5)$$

由(5)式可知，兩個分潮合成後，其合成潮的週期為 T_D ，合成潮的振幅為 A ， T_C 為合成潮包絡線之週期。今考慮兩個週期相近的分潮，分別計算其合成潮包絡線之週期，計算結果如表 3 所示。以兩個週期相近的全日分潮 S_1 及 K_1 分潮合成為例，其合成潮之週期為 23.97 日，仍保有全日潮的特性，但其合成潮之包絡線週期為 730.48 日，以太陽年週期為 365.24 日計算，約為太陽年週期的 2 倍。由上述的分析可知，以二年的觀測資料作補遺時，可以獲得較佳的結果。反觀以一年的觀測資料作補遺，由於資料長度不足於週期相近的分潮間之包絡

線週期 730.48 日，故分析之結果較差。

表 3 合成潮包絡線週期之計算結果

分潮名稱	週期 (hr)	角頻率 ($^{\circ}$ /hr)	角頻率差值 ($^{\circ}$ /hr)	包絡線的週期(day)	合成潮的週期(hr)
Sa	8765.821090	0.0410686	0.0410687	730.48	5843.88 (243.49日)
Ssa	4382.905209	0.0821373			
π_1	24.132140	14.9178647	0.0410667	730.52	24.10
P1	24.065890	14.9589314	0.0410686	730.49	24.03
S1	24.000000	15.0000000	0.0410686	730.49	23.97
K1	23.934470	15.0410686	0.0410667	730.52	23.90
ψ_1	23.869299	15.0821353	0.0410706	730.45	23.84
ϕ_1	23.804477	15.1232059			
T2	12.016449	29.9589333	0.0410667	730.52	12.01
S2	12.000000	30.0000000	0.0410667	730.52	11.99
R2	11.983596	30.0410667	0.0410706	730.45	11.98
K2	11.967235	30.0821373			

4.3 資料補遺之最大缺失率

利用綠島 2002 年至 2003 年之二年的潮位資料做為分析樣本，計算潮位資料在缺失率 50%、60%、65% 及 70% 時，經過資料補遺計算後之 60 個分潮振幅的變化歷程如圖 8 所示，比較其間的差異可以得到以下的結果：

1. 缺失率在 50% 及 60% 時，在 K_1 及 S_2 分潮之鄰近分潮的振幅均可收斂至原始分潮振幅。
2. 缺失率超過 65% 以上時，在 K_1 及 S_2 分潮之鄰近分潮的振幅無法收斂至原始分潮振幅，且 K_1 及 S_2 分潮之振幅隨缺失率的增加而變小，緊鄰其兩側之分潮振幅則變大。

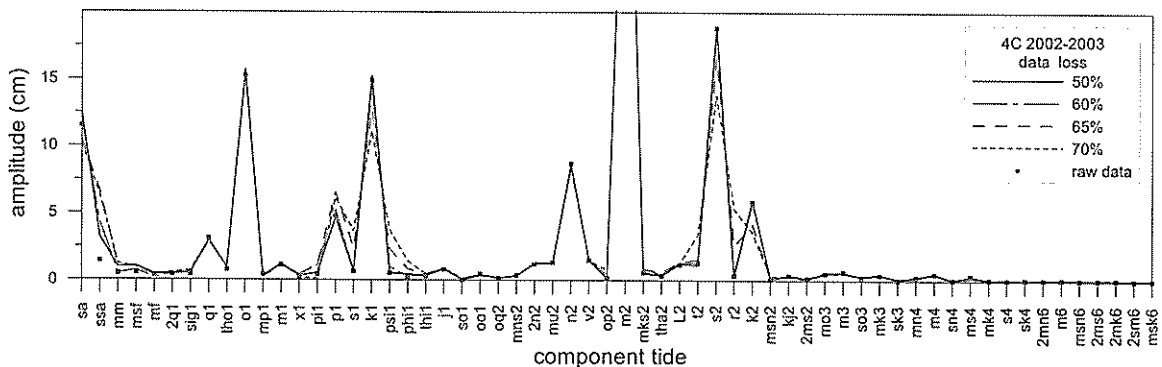


圖 8 各缺失率經資料補遺後，其分潮振幅的比較

利用(5)式計算 K_1 及 S_2 鄰近之各分潮之間的合成潮包絡線週期，其計算結果請參考表 4 及表 5，圖 9 為使用二年資料長度在各種缺失率條件下，可分析的資料長度。以缺失率 60% 為例，由圖 9 可知，其可分析的資料長度為 261 日，除了 730.5 日及 365.25 日外，其他合成潮包絡線週期均小於可

分析的資料長度，730.5 日及 365.25 日均可由其他合成潮包絡線的週期推算，因此由資料補遺所得到的分潮振幅可以收斂至原始分潮振幅。

若資料缺失率為 65% 時，其可分析的資料長度為 224.5 日，表 4 及表 5 中各分潮間之合成潮包絡線週期中，除了 730.5 日、365.25 日及 243.5 日外，其他合成潮包絡線週期均小於可分析的資料長

度，對於 K_1 鄰近之各分潮間之合成潮包絡線週期中，243.5 日之週期無法由其他較短的週期合成； S_2 鄰近之各分潮間之合成潮包絡線週期均小於可分析的資料長度，因此其資料補遺所得到之分潮振幅無法收斂至原始分潮振幅。

綜合上述分析，由 K_1 及 S_2 鄰近之各分潮間之合成潮包絡線週期可以推得：使用二年的潮位資料做為資料補遺的分析樣本時，其最大的資料缺失率為 60%。

表 4 K_1 鄰近分潮之合成潮包絡線週期之計算結果

分潮	π_1	P_1	S_1	K_1	χ_1	ϕ_1
P_1	730.52 (1.0)					
S_1	365.25 (2.0)	730.49 (1.0)				
K_1	243.50 (3.0)	365.24 (2.0)	730.49 (1.0)			
χ_1	182.63 (4.0)	243.50 (3.0)	365.25 (2.0)	730.52 (1.0)		
ϕ_1	146.10 (5.0)	182.62 (4.0)	243.49 (3.0)	365.24 (2.0)	730.45 (1.0)	
θ_1	50.44 (14.5)	54.19 (13.5)	58.53 (12.5)	63.62 (11.5)	69.69 (10.5)	77.04 (9.5)

註：合成潮包絡線週期之單位為日數，括號內之數值代表在 730.5 日內之週期

表 5 S_2 鄰近分潮之合成潮包絡線週期之計算結果

分潮	T_2	S_2	R_2	K_2
S_2	730.52 (1.0)			
R_2	365.26 (2.0)	730.52 (1.0)		
K_2	243.50 (3.0)	365.24 (2.0)	730.45 (1.0)	
Msn_2	51.24 (14.2)	55.11 (13.2)	59.61 (12.2)	64.90 (11.2)

註：合成潮包絡線週期之單位為日數，括號內之數值代表在 730.5 日內之週期

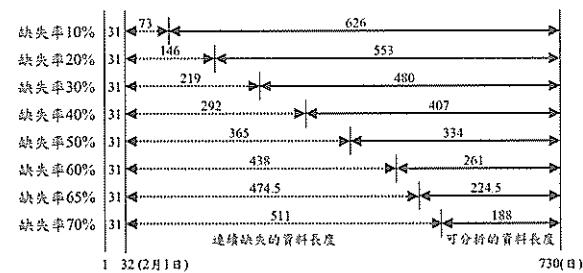


圖 9 二年資料長度不同缺失率之可分析資料長度

五、結論

本文使用長期的潮位觀測資料，利用調和分析法探討潮位之資料補遺，由研究結果得知，當潮位的資料長度為一年，資料的連續缺失率在 20% 以下；或者資料長度為二年，資料連續缺失率在 60% 以下時，皆可以利用天文潮位作資料補遺，因此資料的長度影響資料補遺的結果。若資料長度較短時，以一年的資料長度為例，當資料的缺失率在 20% 以上時，在資料補遺的過程中，由於 (1) S_2 與 R_2 、 T_2 ；(2) K_1 與 ψ_1 、 S_1 及 (3) S_o 及 S_{so} 等分潮的角速度較接近，引起各分潮間的相互影響，因此造成 S_2 、 K_1 及 S_o 分潮，無法收斂至原始的分潮振幅。

在太陽年週期 S_o 及太陽半年週期 S_{so} ；全日分潮的 π_1 、 P_1 、 S_1 、 K_1 、 ψ_1 及 ϕ_1 ；半日分潮的 T_2 、 S_2 、 R_2 及 K_2 等分潮間，相鄰分潮之間的角頻率差值最小，其合成潮之包絡線週期約為太陽年週期的 2 倍，故以二年的觀測資料進行補遺時，可以獲得較佳的結果。由 K_1 及 S_2 鄰近之各分潮間之合成潮包絡線週期可以推算，使用二年的潮位資料做為資料補遺的分析樣本，其最大的資料缺失率為 60%。

誌謝

本文得以順利完成，感謝經濟部水利署「近海水文觀測技術提昇與資料分析研究(1/2)」計畫之支持。

參考文獻

1. 陳怡發、黃煌輝(1990)，「臺灣沿海潮汐資料之整理與分析」，第五屆水利工程研討會論文集，第 1050-1063 頁。
2. 郭一羽(2001)，「海岸工程學」，文山書局。
3. 楊穎堅、梁文德、唐存勇(1996)，「基隆與高雄的水位變化」，第十八屆海洋工程研討會論文集，第 553-560 頁。
4. 李汴軍、何佩勳、林燕璋(1998)，「潮汐預報校驗與相關問題探討」，第二十屆海洋工程研討會論文集，第 103-108 頁。
5. 林茂生，潮汐的理論和預測，台灣省土地資源開發委員會(1967)。
6. 劉文俊(1999)，「台灣的潮汐」，第二版。