

# Pitch-Roll 浮標觀測方向波譜之誤差分析及修正

邱銘達<sup>1</sup> 錢樺<sup>2</sup> 莊士賢<sup>3</sup> 高家俊<sup>4</sup>

## 摘要

資料浮標具有能源自足、資料即時傳輸、同時觀測各種海氣象條件等優點，為目前最常被應用來觀測海氣象條件的觀測工具。資料浮標對波浪之軸不對稱動態反應是造成方向波譜分析中主波向誤差的主要原因。浮標隨水粒子做圓周運動將導致傾度的量測值變小，此一因素並不會影響主波向的計算，但會影響方向分佈的計算。本文修正前人的方法，使其能修正資料浮標對波浪之軸不對稱動態反應所造成的相位延遲不一致所產生之主波向誤差，經數值模擬實驗證，本文的方法的確能消去因資料浮標對波浪之軸不對稱動態反應所造成的相位延遲而對主波向造成之影響。實際分析花蓮浮標之現場觀測資料後得知，考慮與不考慮波浪運動與浮標運動間之振幅響應因子及相位延遲因子，分析方向波譜之主波向的差異介於 0~20 度。

## Wave Directional Spectrum Error Analysis of Pitch-Roll Buoy

Ming-Da Chiuo<sup>1</sup> Hwa Chien<sup>2</sup> Laurence Z.H. Chuang<sup>3</sup> Chia Chuen Kao<sup>4</sup>

## ABSTRACT

Data buoy which has the characteristics of energy self-supply, real-time data transmission, oceanographic and meteorological data measurements are available is the most applied to observe the oceanographic and meteorological data. We found out that the errors of estimated main wave direction is due to the asymmetric response of buoy hull to the waves. This asymmetric response comes from the combined mooring and wind-current effect. The errors of direction spreading come from the slope measurement, too. What we really measure from the inclinometers combines two physical mechanisms: the centripetal acceleration from the orbital motion and the real inclinations on the wave surface. These forces apply on the inclination sensors with opposite directions and nearly the same order of magnitude. These combined forces will make the measurement of slope incorrect and lead to over-estimate the directional spreading. We adopt and modify Steele's theory to correct the errors. So as to make the errors reduced. We validate the method by numerical simulations. When applying the method to the field wave data, the difference of main direction between original output and modified output is between 0 ~ 20 degree.

## 一、前言

1. 成大水利及海洋研究所碩士班研究生
2. 成大水利及海洋研究所博士班研究生
3. 成大近海水文中心副主任
4. 成大水利及海洋研究所教授兼近海水文中心主任

對一個四面環海的台灣來說，人們的日常生活不可避免的與海洋環境有著密切關係。在各海洋環境因素中，波浪是對人類影響最大且最為複雜的因子，提供高品質的波浪資料有助於對波浪特性的了

解，進而為從事海洋開發、自然災害防治、海岸保護規劃等提供了重要的依據。

資料浮標為目前最常被應用來觀測海氣象的觀測工具。資料浮標觀測波浪之方式為藉由浮標殼體隨水面的運動，進行同步觀測水面運動加速度、pitch 及 roll 傾角。因此，浮標之觀測資料實際上為浮標殼體之上下垂直運動資料及擺動資料。若假設浮標殼體的運動與水面之波動完全一致時，可以利用浮標的上下垂直運動，計算一維波譜轉換為波高，利用浮標的擺動資料，可求得方向波譜。

實際測波作業上，浮標殼體之隨波性非為假設中的理想狀態。而浮標殼體本身運動與水表面運動是否一致，及存在作用於浮標殼體之波浪以外的力，均會影響到資料浮標觀測波浪的結果。另一方面受限於傾角計只能量測靜態傾度的觀測特性，對於浮標隨水粒子做圓周運動所產生之向心力，亦會影響資料浮標的觀測值。

前人關於這方面的研究重點在於假設資料浮標隨波之運動與海面運動呈一線性關係且浮標乃為軸對稱反應。因此浮標運動與海面運動之關係可視為振幅響應因子與相位延遲因子，並進一步將其導入方向波譜之計算。藉此達到消除振幅響應因子與相位延遲因子對資料浮標觀測方向波譜之影響。然而浮標並非總是呈現軸對稱反應，對於此一現象，本文目的即在於修正前人的理論，使之能適用於浮標呈現軸不對稱反應時。

## 二、浮標測波理論

浮標觀測波浪方向性所應用的原理為，假設浮標殼體漂浮於水面，且具有良好的隨波特性，則波浪的波高大小可藉由量測因波浪起伏導致浮標體上下運動的加速度經積分轉換獲得，波浪之傳遞方向可所量得之浮標傾角與搭載於浮標的羅盤讀數轉換後獲得。方向波譜分析方法敘述如下：

假設水面變化  $\eta$  可寫成(Tucker, 1989)

$$\eta(x, y, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} a_{ij} \cos\{k_i [\cos(\theta_j)x + \sin(\theta_j)y] - 2\pi f_j t + \varepsilon_{ij}\} \quad (1)$$

其中， $a_{ij}$ ：振幅， $k_i$ ：波數。

假設浮標完全跟隨水面運動，則浮標所觀測之垂直加速度  $Z_a$ ，及在東西、南北向的斜度  $Z_x$ 、 $Z_y$  可以由(1)式對時間微分 2 次及各對  $x$ 、 $y$  微分一次而得：

$$Z_a(x, y, t)|_{x=y=0} = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} -(2\pi f)^2 a_{ij} \cos(2\pi f_j t + \varepsilon_{ij}) \quad (2a)$$

$$Z_x|_{x=y=0} = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} -a_{ij} k_i \cos(\theta_j) \cos(2\pi f_j t + \varepsilon_{ij}) \quad (2b)$$

$$Z_y|_{x=y=0} = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} -a_{ij} k_i \sin(\theta_j) \cos(2\pi f_j t + \varepsilon_{ij}) \quad (2c)$$

然而浮標觀測之傾度為 pitch 及 roll，尚需以羅盤讀數(yaw)，利用(3)式及(4)式轉換成東西向及南北向的傾度。

$$Z_x = \sin(y)\sin(p)/\cos(p) + \cos(y)\sin(r)/\cos(r) \quad (3)$$

$$Z_y = \cos(y)\sin(p)/\cos(p) - \sin(y)\sin(r)/\cos(r) \quad (4)$$

利用浮標觀測之水位垂直加速度  $Z_a$  及經羅盤校正後之東西、南北方向的斜度  $Z_y$  及  $Z_x$  可用以計算交錯譜  $\Phi_{ij}$  (Cross Spectrum)。交錯譜之定義為交錯相關函數(Cross Correlation Function)之傅立葉轉換，交錯相關函數  $R_{ij}(\tau)$  的定義如下：

$$R_{ij}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{T/2}^{T/2} \eta_i(t) \eta_j(t + \tau) dt \quad (5)$$

$\eta(t)$  是波形函數， $\tau$  為稽延時間，交錯譜可由下式獲得：

$$\Phi_{ij}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(\tau) e^{-2\pi i f \tau} d\tau \quad (6)$$

交錯譜為複數形式，若以下式表示：

$$\phi_{ij}(f) = C_{ij}(f) - iQ_{ij}(f) \quad (7)$$

其中  $C_{ij}(f)$  稱為同位譜， $Q_{ij}(f)$  稱為轉向譜。方向波譜與交錯譜具如下之關係：

$$\Phi_{ij}(f) = \int e^{-ik \cdot x_{ij}} \cdot S(f, \theta) d\theta \quad (8)$$

Isoabe(1984)將(8)式導為一計算方向波譜的通式(9)：

$$\Phi_{ij}(f) = \int_{-\pi}^{\pi} H_i(f, \theta) \cdot \overline{H_j(f, \theta)} \cdot \{ \cos[k(x_{ij} \cos \theta + y_{ij} \sin \theta)] - i \sin[k(x_{ij} \cos \theta + y_{ij} \sin \theta)] \} \cdot S(f, \theta) d\theta \quad (9)$$

其中  $x_{ij}$  及  $y_{ij}$  為量測的儀器間的幾何距離  $H_i(f, \theta)$  及  $H_j(f, \theta)$  為傳遞函數，可由線性理論的脈衝響應法或頻率響應法計算得，其物理意義為轉換量測得不同有關於水位的物理量。相關之傳遞函數列於表 1 中。

表 1 傳遞函數  $H(f, \theta) = h(f) \cos^\alpha \theta \sin^\beta \theta$

物理量	符號	$h(f)$	$\alpha$	$\beta$
波面波動	$\eta$	1	0	0
波面垂直加速度	$Z_a$	$-(2\pi f)^2$	0	0
波面坡度(x)	$Z_x$	$ik$	1	0
波面坡度(y)	$Z_y$	$ik$	0	1

浮標屬於定點測量，故(9)式中之  $x_{ij} = 0$  及  $y_{ij} = 0$ ，可簡化成下式：

$$\Phi_{ij}(f) = \int_{-\pi}^{\pi} H_i(f, \theta) \overline{H_j(f, \theta)} S(f, \theta) d\theta \quad (10)$$

(10)式中之交錯譜可由量測不同有關於水位時序列資料後計算求得，傳遞函數亦可求得，因此再配合方向波譜計算方法，則方向波譜可以求出。

常見的方法有有限傅利葉級數法、最大概似法、最大熵法、貝氏推估法及參數推估法等。其中有限傅利葉級數法具有計算快速、不易發散等優點，為目前最常被應用之方向波譜計算方法。

有限傅利葉級數法假設方向波譜可以展開成有限階數的傅利葉級數，

$$S(f, \theta) = a_0(f) + \sum a_n(f) \cos n\theta + b_n(f) \sin n\theta \quad (11)$$

以浮標觀測所得之資料將(11)式解至二階，各項之係數分別以下式計算：

$$a_0(f) = C_{11}(f) / [\pi(2\pi f)^4] \quad (12a)$$

$$a_1(f) = Q_{12}(f) / [-(2\pi f)^2 k\pi] \quad (12b)$$

$$a_2(f) = [C_{22}(f) - C_{33}(f)] / (k^2\pi) \quad (12c)$$

$$b_1(f) = Q_{13}(f) / [-(2\pi f)^2 k\pi] \quad (12d)$$

$$b_2(f) = 2C_{23}(f) / (k^2\pi) \quad (12e)$$

$k$  為波數(wave number)，以下式計算

$$k = (2\pi f)^2 \sqrt{[C_{22}(f) - C_{33}(f)] / C_{11}(f)} \quad (13)$$

方向譜可視為一維能譜與方向分佈函數之內積：

$$S(f, \theta) = S(f) \cdot D(\theta|f) \quad (14)$$

其中  $S(f)$  為一維波譜； $D(\theta|f)$  為波浪能量的方向分佈函數。又

$$S(f) = \int_{-\pi}^{\pi} S(f, \theta) d\theta = C_{11}(f) / (2\pi f)^4 = a_0\pi \quad (15)$$

將(15)式代入(11)得：

$$D(\theta|f) = \frac{1}{a_0\pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} a_0 + a_1 \cos \theta + b_1 \sin \theta + a_2 \cos 2\theta + b_2 \sin 2\theta \right] \quad (16)$$

(16)式亦可改寫為下式：

$$D(\theta|f) = \frac{1}{\pi} \times \left[ \frac{1}{2} + r_1 \cos(\theta - \theta_1) + r_2 \cos(2\theta - \theta_2) \right] \quad (17)$$

其中，

$$r_1 = (2\pi f)^2 \frac{\sqrt{Q_{12}^2 + Q_{13}^2}}{kC_{11}} \quad (18a)$$

$$r_2 = (2\pi f)^4 \frac{\sqrt{(C_{22} - C_{33})^2 + (2 * C_{23})^2}}{k^2 C_{11}} \quad (18b)$$

$$\theta_1 = \arctan(-Q_{13}, -Q_{12}) \quad (18c)$$

$$\theta_2 = \arctan(C_{22} - C_{33}, 2C_{23}) \quad (18d)$$

其中，反正切函數值取  $-\pi \sim \pi$  之間，需注意其正負號。(18)式中， $r_1$ 、 $r_2$  代表波浪方向分佈寬度。 $\theta_1$ 、 $\theta_2$  是波浪傳遞出去的方向，為與氣象學上之風向表示法一致，將(17)式改寫成：

$$D(\theta|f) = \frac{1}{\pi} \{1/2 + r_1 \cos[3\pi/2 - (\theta - \theta_1)] + r_2 \cos[3\pi/2 - (2\theta - \theta_2)]\} \quad (19)$$

(15)式及(19)式的內乘積即為方向波譜，至此介紹完有限傅利葉級數法計算方向波譜。當浮標的隨波性良好時，是可以求得正確之方向波譜。然而在實際測波作業上，浮標非為理想之假設狀態。下一章將先分析浮標測波的誤差來源，並改進前人的理論，使其能適用於浮標呈軸不對稱的情況。

### 三、方向波譜計算之誤差分析

#### 3.1 誤差來源

浮標測波的誤差及雜訊來源有量測系統誤差及計算機精度誤差。其中量測系統誤差又分為資料抽取誤差(Error of Data Acquisition)及邏輯誤差(Error of Strategies)。前者肇因於量測過程中數位化取樣及量測儀器電子元件性能的限制，後者產生之原因為量測原理或量測方式之限制所造成的。本文針對浮標測波邏輯誤差，應用相關理論進行觀測資料預行處理，減低其影響，確保分析結果之正確性。

浮標測波的邏輯誤差主要來源為進行測波時，外在環境實際狀況與量測原理中的假設前提不完全符合(Steele 1985)：應用浮標進行波浪方向性觀測所做的主要假設有二：一、浮標殼體具有理想的隨波特性，亦即假設浮標殼體的運動與波浪水面變化在振幅及頻率上是一致的，且水位起伏造成浮標殼體上下位移、傾斜的反應是沒有時間差的；二、對軸對稱浮標的碟型浮標而言，pitch 與 roll 傾角反應是對稱的。

影響浮標觀測水面傾度值大小的因素除上述外，尚有一點值得注意。Pitch-Roll 浮標觀測波浪方向的原理是浮標殼體隨水面的波動而傾斜，在浮標內部置有傾度計同步記錄浮標殼體的 Pitch 及 Roll 傾度。若浮標除隨水面波動而擺動外，亦隨水粒子做圓周運動，此時所產生之向心加速度將使浮標觀測之擺動(Pitch 及 Roll)值變小。

以微小振幅波理論為例：

$$g \frac{\partial \eta}{\partial x} = -g \frac{Hk}{2} \sin(kx - \omega t) \quad (20)$$

$$\dot{u} = H\omega^2 \coth(kh) \sin(kx - \omega t) / 2 \quad (21)$$

其中，

$$gk = 2\pi g / L = (2\pi / T)^2 = \omega^2 \quad (22)$$

若為深水波  $\coth(kh) = 1$ ，由(20)(21)(22)三式可知，傾度與向心加速度大小相同、方向相反。在理想的情況下，Pitch-Roll 浮標不隨水粒子做圓周運動，此時 Pitch-Roll 傾度即為浮標殼體之實際傾度；若浮標隨水粒子做圓周運動，則會使得浮標之 Pitch、Roll 觀測值變小。

從物理方面來看浮標觀測主波向的原理，當浮標殼體傾斜時，浮標傾斜程度將依其傾斜的方向而以向量疊加的原理分配至二個方向的傾角計。因此，當浮標呈中心軸對稱反應時，振幅響應因子雖會使二個方向的傾度訊號偏小(或大)，但是其合力方向並不會受到影響，仍然是浮標傾斜的方向。因此，在浮標呈軸對稱反應時，所分析出來之方向波譜的主波向並不會改變。然而當浮標不呈軸對稱反應時，二個方向的傾度的合力方向便不會與浮標傾斜方向一致，因此在計算主波向時，便須加以考慮。

不論作用於 Pitch-Roll 浮標之波浪以外的力為何，終將反應至浮標的觀測訊號上，包括垂直加速度、Pitch 及 Roll 傾度。假設浮標殼體運動與水面之水位變化呈線性關係，亦即浮標殼體運動與水面之水位變化在振幅上有振幅響應因子(response factor)  $R_h$  (垂直加速度)及  $R_s$  (斜度)；在相位上有相位延遲因子  $\phi_h$  (斜度的相位延遲因子)及  $\phi_s$  (垂直加速度的相位延遲因子)。因此(2)式可改寫成：

$$(Z_a)_m = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} - (2\pi f)^2 (R_h)_{ij} a_{ij} \cos(2\pi f_j t + \varepsilon_{ij} + (\phi_h)_{ij}) \quad (23a)$$

$$(Z_x)_m = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} - (R_s)_{ij} a_{ij} k_i \cos(\theta_j) \cos(2\pi f_j t + \varepsilon_{ij} + (\phi_s)_{ij}) \quad (23b)$$

$$(Z_y)_m = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} - (R_s)_{ij} a_{ij} k_i \sin(\theta_j) \cos(2\pi f_j t + \varepsilon_{ij} + (\phi_s)_{ij}) \quad (23c)$$

下標 m 表示浮標之實際觀測值，依循第二章之步驟。可將同位譜及轉向譜改寫成下列關係式：

$$C_{11} = C_{11m} / (R_h)^2 \quad (24a)$$

$$C_{22} = C_{22m} / (R_s)^2 \quad (24b)$$

$$C_{33} = C_{33m} / (R_s)^2 \quad (24c)$$

$$C_{23} = C_{23m} / (R_s)^2 \quad (24d)$$

$$Q_{12} = \frac{[Q_{12m} \cos(\phi_h - \phi_s) + C_{12m} \sin(\phi_h - \phi_s)]}{(R_h R_s)} \quad (24e)$$

$$Q_{13} = \frac{[Q_{13m} \cos(\phi_h - \phi_s) + C_{13m} \sin(\phi_h - \phi_s)]}{(R_h R_s)} \quad (24f)$$

將(24)式代入(18)式，可得

$$r_1 = (2\pi f)^2 \frac{R}{k} \frac{\sqrt{Q_{12s}^2 + Q_{13s}^2}}{(C_{11m})} \quad (25a)$$

$$r_2 = (2\pi f)^4 \frac{R^2}{k^2} \frac{\sqrt{(C_{22m} - C_{33m})^2 + (2 * C_{23m})^2}}{C_{11m}} \quad (25b)$$

$$\theta_1 = \arctan(-Q_{13s}, -Q_{12s}) \quad (25c)$$

$$\theta_2 = \arctan(C_{22m} - C_{33m}, 2C_{23m}) \quad (25d)$$

其中， $R$ 、 $\phi$ 、 $Q_{12s}$ 及 $Q_{13s}$ 分別如下：

$$R = R_h / R_s \quad (26)$$

$$\phi = \phi_h - \phi_s \quad (27)$$

$$Q_{12s} = Q_{12m} \cos \phi + C_{12m} \sin \phi \quad (28)$$

$$Q_{13s} = Q_{13m} \cos \phi + C_{13m} \sin \phi \quad (29)$$

由(25)式可知，振幅響應因子及相位延遲因子已經包含於誤差參數 $R$ 及 $\phi$ 中。只要計算出 $R$ 及 $\phi$ ，即可得到修正後之方向波譜。

### 3.2 誤差修正理論

由(25)式計算之主波向及方向分佈寬度已經將振幅響應因子及相位延遲因子考慮在內。只要決定出 $R$ 及 $\phi$ ，則可以求得正確之方向波譜， $R$ 及 $\phi$ 的推求方法有二種，一為直接求取 $R_h$ 、 $R_s$ 、 $\phi_h$ 及 $\phi_s$ 的資料，一般以數值模式或現場實驗求得經驗值(Barstow et al., 1986)。但由於影響浮標殼體運動的外在因素如錨定設計、風及流的效應，均會改變浮標運動與水面波動間的轉換關係，因此事先求得 $R_h$ 、

$R_s$ 、 $\phi_h$ 及 $\phi_s$ 的值並不能完全正確的代表現場觀測時的各種不同的設計及狀況。第二種方式則不事先求得浮標運動與水面波動之關係；而是利用浮標運動所觀測得到之波數 $k_m$ 與 $R$ 及 $k$ 之關係，以及利用波浪垂直加速度及傾度之同位能譜密度函數為零即 $C_{12}=C_{13}=0$ 求得 $\phi$ ，進而隨時求得浮標運動與水面波動間之正確的轉換關係。而(Steele, 1992)即採用第二種方式對浮標觀測方向波譜進行修正，然而其方法只適用於浮標呈現中心軸對稱的情況。本文則進一步修改其方法，使其能適用於浮標呈現中心軸對稱的情況。以下將介紹修正方法。

將(20)式代入(13)式得到

$$k_m = (2\pi f)^2 \sqrt{\frac{C_{22m}(f) + C_{33m}(f)}{C_{11m}(f)}} \\ = \frac{R_s}{R_h} (2\pi f)^2 \sqrt{\frac{C_{22}(f) + C_{33}(f)}{C_{11}(f)}} = \frac{R_s}{R_h} k = \frac{k}{R} \quad (30)$$

將(26)式代入(21)式得到下列關式

$$r_1 = \sqrt{\frac{Q_{12s}^2 + Q_{13s}^2}{|C_{11m}(C_{22m} + C_{33m})|}} \quad (31a)$$

$$r_2 = \frac{\sqrt{(C_{22m} - C_{33m})^2 + (2 * C_{23m})^2}}{(C_{22m} + C_{33m})} \quad (31b)$$

$$\theta_1 = \arctan(-Q_{13s}, -Q_{12s}) \quad (31c)$$

$$\theta_2 = \arctan(C_{22m} - C_{33m}, 2C_{23m}) \quad (31d)$$

由此(31)可知， $R_h$ 及 $R_s$ 對 $r_1$ 及 $r_2$ 的影響已經消除，又由 $C_{12} = C_{13} = 0$ 可得

$$C_{12m} \cos \phi - Q_{12m} \sin \phi = 0 \quad (32)$$

$$C_{13m} \cos \phi - Q_{13m} \sin \phi = 0 \quad (33)$$

所以

$$\phi = \arctan(C_{12m}, Q_{12m}) \quad (34)$$

$$\phi = \arctan(C_{13m}, Q_{13m}) \quad (35)$$

值得注意的是，浮標殼體呈軸對稱反應時，式(34)(35)計算得到之 $\phi$ 應該一致，而且在此情況下，主波向不會受到響應因子及相位延遲因子的影響。

然而大多數的時候式(34)(35)計算得到之 $\phi$ 並不一致，此一現象雖可利用座標換的方法求得最佳的 $\phi$ 值，然後將計算得到之 $\phi$ 值帶入(28)(29)式即可計算 $Q_{12s}$ 、 $Q_{13s}$ 。然而實際上在二個不同的 $\phi$ 值間取最佳值所代表的意義只是所得到之誤差為最小，並無法真正的消去因相位延遲所造成的誤差。

事實上式(34)(35)所計算之 $\phi$ 乃分別代表 $z$ 軸加速度與東西向之相位延遲及 $z$ 軸加速度與南北向之相位延遲，既然已經個別計算出 $z$ 軸加速度與東西向、南北向之 $\phi$ (相位延遲)，只要將其個別帶回式(28)(29)計算 $Q_{12s}$ 、 $Q_{13s}$ ，即針對個別之相位延遲所造成之誤差進行修正。

將(28)(29)寫成式子如下：

$$Q_{12s} = Q_{12m} \cos \phi_{12} + C_{12m} \sin \phi_{12} \quad (36)$$

$$Q_{13s} = Q_{13m} \cos \phi_{13} + C_{13m} \sin \phi_{13} \quad (37)$$

由 $C_{12} = C_{13} = 0$ 可得

$$C_{12m} \cos \phi_{12} - Q_{12m} \sin \phi_{12} = 0 \quad (38)$$

$$C_{13m} \cos \phi_{13} - Q_{13m} \sin \phi_{13} = 0 \quad (39)$$

所以

$$\phi_{12} = \arctan(C_{12m}, Q_{12m}) \quad (40)$$

$$\phi_{13} = \arctan(C_{13m}, Q_{13m}) \quad (41)$$

最後將(40)(41)代入(31)可求得 $r_1$ 、 $r_2$ 、 $\theta_1$ 及 $\theta_2$ 。至此，可知由浮標運動與海面運動間之響應因子、相位延遲因子，已經導入資料浮標觀測方向波譜之主波向及方向分佈計算。本文亦進一步修正了因浮標失去軸對稱性所造成之垂直軸加速度與東西方向傾度之相位差、垂直軸加速與南北方向傾度之相位差不一致的因素所造成之主波向誤差。

#### 四、數值模擬資料及現場實測資料之分析

本章首先以數值模擬的方法驗證程式的正確性，並進一步了解不同的相位延遲因子對於方向波譜分析結果之影響。然後分析現場實測資料，並從中歸納出考慮與不考慮響應因子及相位延遲因子對於分析結果所造成之差異。

#### 4.1 模擬浮標運動之加速度及側傾訊號

為了驗證本文所用之程式的正確性及誤差修正理論是否能正確修正主波向，本文以(19)式模擬浮標隨水面運動的垂直加速度與 pitch 及 roll 傾角。

模擬之一維譜型採用(Ou 1977)根據台灣海峽實測紀錄分析所得之修正 JONSWAP 譜，公式如下：

$$S(f) = \frac{3.28}{C_1^2 C_2^4} \left( \frac{H_s}{T_s} \right)^2 f^{-5} \exp \left[ -\frac{5}{4} (C_2 f T_s)^{-4} \right] \times \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma_0^2} (C_2 f T_s - 1)^2 \right]$$

其中， $C_1=3.80$ ， $C_2=1.13$ ， $\gamma=2.08$ ，

$$\sigma_0 = \begin{cases} \sigma_a = 0.07 & f \leq f_p \\ \sigma_b = 0.09 & f > f_p \end{cases}$$

式中， $H_s$ ：示性波高， $T_s$ ：示性週期。根據上式，本文採用之波浪條如下，示性波高( $H_s$ )為 1.5 m、示性週期( $T_s$ )為 8 sec、每一頻率下之波向均為 150 度、取樣頻率為 2Hz、取樣時間為 10 分鐘、模擬之頻帶從 0.01, 0.02, …… 0.4(1/sec)。

根據上述條件所模擬出之一維譜繪製於圖 1。

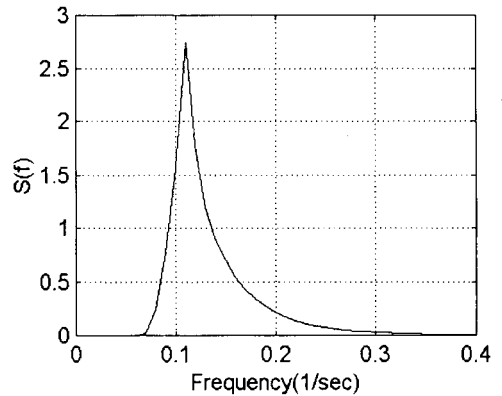


圖 1 模擬輸入之一維波譜

模擬時首先不加入任何的響應因子( $R_h = R_s = 1$ )及相位延遲因子( $\phi_h = \phi_s = 0$ )(表 1 之 Case 1)，並以有限傅利葉級數法、前人之修正理論及本文之理論實際運算後均能得到正確之主頻與主波向(圖 2)，顯示本文所採用之程式正確。

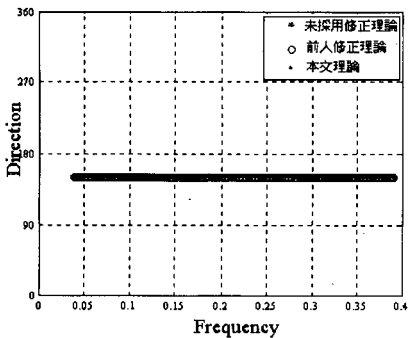


圖 2 未修正、前人修正理論及本文理論分析不含振幅響應因子及相位延遲因子之模擬資料。

確定程式正確之後，將模擬之資料以下表之方式加入相位延遲因子，並進行分析後發現僅採用有限傅利葉級數法而未加以修正時，計算出之主波向範圍介於 115 度~170 度之間(圖 3)與輸入條件之 150 度相差甚遠，檢視每一筆 Case 發現，當二個方向的相位延遲因子  $\phi_{s1} = \phi_{s2}$  時(共十五筆)採用未修正之有限傅利葉級數法所分析出之主波向均介於  $150 \pm 0.5$  度之間，此一現象顯示一重要之訊息：當浮標呈現軸對稱反應的時候，用有限傅利葉級數法所分析出來之主波向並不會受到響應因子或延遲因子的影響。

採用前人之修正方法分析 51 筆 Case，發現當  $\phi_{s1} = \phi_{s2}$  時之 15 筆資料，所分析出之主波向亦介於 150 度  $\pm 0.5$  度之間，與有限傅利葉級數法同。其餘 36 筆資料之主波向則介於 149 度~159 度之間(圖 4)較之修正前雖有明顯之改善，但與輸入條件之 150 度相比，則差距仍有將近 10 度之多。

最後以本文之方法分析 51 筆資料顯示，所有之主波向均介於 148.2 度~151.6 度之間，與輸入條件之 150 度最多差 1.8 度，顯示本文之方法確實能較佳的修正浮標隨波運動時之相位延遲因子所導致之主波向誤差。

表 2 模擬浮標訊號之相位延遲因子輸入值

Case	$\phi_h$	$\phi_{s1}$	$\phi_{s2}$
1	0	0	0
2-5	0	0.1	0.1, 0.2, 0.3, 0.4
6-9	0	0.2	0.1, 0.2, 0.3, 0.4

10-13	0	0.3	0.1, 0.2, 0.3, 0.4
14-17	0	0.4	0.1, 0.2, 0.3, 0.4
18	0.25	0	0
19-22	0.25	0.1	0.1, 0.2, 0.3, 0.4
23-26	0.25	0.2	0.1, 0.2, 0.3, 0.4
27-30	0.25	0.3	0.1, 0.2, 0.3, 0.4
31-34	0.25	0.4	0.1, 0.2, 0.3, 0.4
35	0.5	0	0
36-39	0.5	0.1	0.1, 0.2, 0.3, 0.4
40-43	0.5	0.2	0.1, 0.2, 0.3, 0.4
44-47	0.5	0.3	0.1, 0.2, 0.3, 0.4
48-51	0.5	0.4	0.1, 0.2, 0.3, 0.4

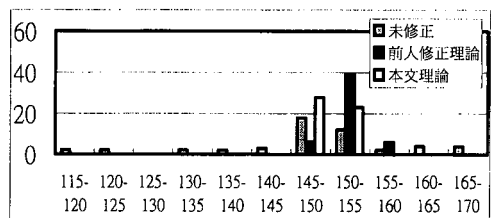


圖 3 分析 51 筆模擬資料，不同方法分析之主波向分布組體圖。

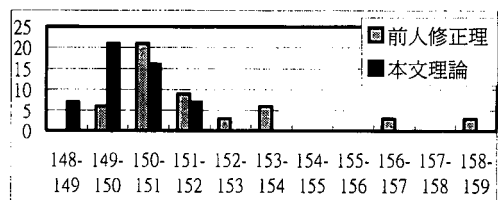


圖 4 分析 15 筆模擬資料( $\phi_{s1} = \phi_{s2}$ )時，不同方法分析之主波向分布組體圖。

## 4.2 實測資料分析

本文採用中央氣象局海氣象測報中心委託成大近海水文中心操作之花蓮資料浮標站所觀測之資料。花蓮資料浮標站係採用直徑 2.5m 之碟型浮標，佈放地點為花蓮港北方七星潭外海約 600m，水深 31m 處。

採用之觀測時間為 87 年 11 月，波浪的觀測資料包含垂直加速度與 pitch 及 roll 傾角及羅盤讀數，觀測資料的取樣頻率為 2Hz，每二小時觀測一次，每次的觀測時間為 10 分鐘。

分析統計 250 筆實測資料後發現，修正前、後主波向的差值幾乎小於 5 度(圖 5)。若浮標受風、流及錨錠等外力作用，將導致浮標具有一平均側傾角度，此時浮標將不呈中心軸對稱反應。欲進一步探討主波向的差值與平均傾度的關係，將其關係繪於(圖 6)，可看出當平均傾度愈大時，修正前後之主波向差值亦有愈大的趨勢。不過兩者間並無明顯之函數關係。

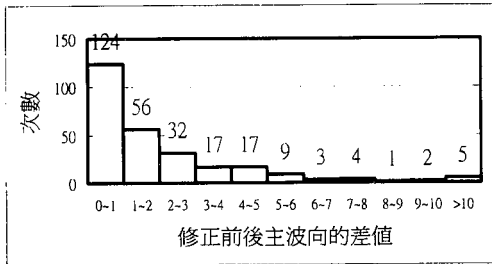


圖 5 87 年 11 月花蓮浮標實測資料分析，修正前、後主波向的差值之次數統計圖。

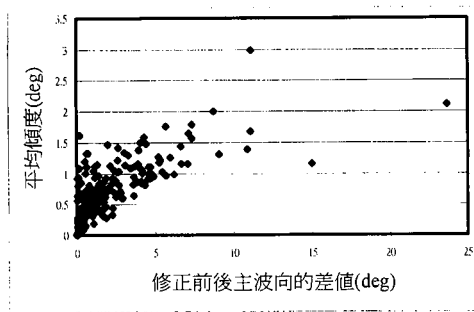


圖 6 87 年 11 月花蓮浮標實測資料分析，修正前、後主波向的差值與平均傾度之關係圖。

## 五、結論

本文研究影響浮標測波結果之誤差來源，並進一步以隨時求得浮標運動與水面波動間之正確的轉換關係的方式，來修正浮標測波誤差，經綜合分析與討論後可歸納得以下幾點結論。

(i)資料浮標對波浪之軸不對稱動態反應是造成方向波譜分析中波向誤差的主要原因，而造成資料浮標對波浪之軸不對稱動態反應的主要原因有儀器量測誤差、風、流及錨錠的影響等。

(ii)浮標隨水粒子做圓周運動將導致傾度的量測值變小，此一因素並不會影響主波向的計算，但會影響方向分佈的計算。

(iii)本文修正前人的方法，使其能修正資料浮標對波浪之軸不對稱動態反應所造成的相位延遲不一致所產生之主波向誤差，經數值模擬實驗驗證，本文的方法的確能消去因資料浮標對波浪之軸不對稱動態反應所造成的相位延遲而對主波向造成之影響。

(iv)本文實際分析花蓮浮標之現場觀測資料得知，考慮與不考慮波浪運動與浮標運動間之振幅響應因子及相位延遲因子，分析方向波譜之主波向的差異在 5 度以內的有 72 %。

## 謝誌

本文承蒙國科會專題研究計劃(NSC 89-2625-Z-006-003)經費贊助及中央氣象局資料提供，使本文得以完成，謹致感謝之意。

## 參考文獻

1. 俞聿修(1992) "隨機波浪及其工程運用"，大連理工大學出版社。
2. 王維紀(1984)"浮標測波資料處理之評介"，海象分析與預報研討會。
3. Allender, J., Audunson, T. "The WADIC project: a comprehensive field evaluation of directional wave instrumentation", *Ocean Engineering*, Vol.16, pp.505~536, 1989
4. Huang Min-Chih and Jia-Yuan Chen (1998) "Wave direction analysis from data buoys" *Ocean Engng*, Vol. 25, No. 8, pp. 621-637.
5. Longuet-Higgins, M.S., Cartwright, D.E. & Smith, N.D. "Observations of the directional spectrum of sea wave using the motions of a floating buoy", Proc. Conf. *Ocean Wave Spectra*, Prentice-Hall Inc., pp.11~132,1963
6. Steele, K. E., Chung-Chu Teng and D. W. Wang (1992) "Wave direction Measurements using pitch-roll buoys" *Ocean Engng*, Vol. 19, No 4, pp. 349-375.