

運用被動時間反轉法及聲線法建立水中聲源二維及三維定位之方法

劉冠汶* 黃清哲*¹ 涂季平** 沈宗佑* 王思皓** 孫永大***

*國立成功大學 水利及海洋工程學系
**國立成功大學 系統及船舶機電工程學系
***中華民國海軍大氣海洋局

關鍵詞：時間反轉法、聲線法、水中聲源定位、十字形水聽器陣列、拖航水槽實驗、實海域試驗

摘要

本研究應用被動時間反轉法與聲線法，建立水中聲源二維及三維定位的方法。二維定位方法中，利用一含有 4 支水聽器的垂直陣列收錄水中聲源發出的訊號，再利用基於聲線法發展出的 BELLHOP 程式，計算出水聽器收到的聲波經時間反轉後反向發出所產生的聲壓場，基於時間反轉法反向聚焦(retrofocus)的特性，聲壓最大處即為聲源位置。由於 BELLHOP 程式的限制，此種方法只能定位出聲源的深度及其與垂直水聽器陣列間的距離，而無法求出方位。本研究在拖航水槽及屏東縣鹽埔漁港外海進行聲源二維定位的實驗，試驗結果顯示利用本研究所發展的方法可得到二維定位不錯的結果。在聲源三維定位的方法上，本研究使用含垂直及水平陣列的十字形水聽器陣列。由於聲線法中二維圓柱座標 (r, z) 的聲線方程式與三維直角座標中 (x, y) 的聲線方程式兩者的型式完全相同；因此，先由垂直陣列上水聽器所接收到的聲音訊號，求出聲源的二維座標 (r_{oe}, z_{oe}) 。如同上述二維定位方法，也利用 BELLHOP 程式，由水平陣列上水聽器所接收到的聲音訊號，計算 (x, y) 平面的聲場，求出聲源在 (x, y) 平面上的座標 (x_{oe}, y_{oe}) 。由上述結果，即可得到水中聲源之三維位置 (x_{oe}, y_{oe}, z_{oe}) 。本研究所提出的水中聲源三維定位方法，經拖航水槽試驗證實此方法的可行性及準確性，後續可於實海域中進一步測試其實用性。

前言

反潛作戰中，為能夠發現航行船隻、潛艦等移動目標物，水中聲音的監測相當重要，對目標聲源進行定位亦是反潛作戰中相當重要之環節。水中聲源定位的方法中，以三角定位法(triangulation method)及波束形成法(beamforming technique)最常見。三角定位法建立於到達時間差(TDOA, time difference of arrival)理論，其計算聲波自聲源傳遞到不同位置的測站之時間差，再反算得到聲源的位置[1-3]。然而，各測站間須維持嚴格的時間同步(time coherence)；又因聲音在海洋環境中傳遞時存在折射與反射現象，若僅使用到達時間差法，可能會產生定位誤差。波束形成法通常用

於聲納系統、雷達系統和通訊系統。其中延遲相加(delay-and-sum)是常被使用的波束形成法[4-5]。波束形成法能增加測得訊號之強度或是減少測得訊號之雜訊，使得波束形成法在聲波經遠距離傳播訊號衰減的情況下，仍是有效的聲源定位方法[6]。然而，因海洋介質的不均勻性造成聲波傳遞過程中產生變形，使得波束無法聚焦於目標處。波束形成法與三角定位法皆易受複雜海洋環境中的多重路徑效應(multipath effect)影響，造成波形疊加，大幅影響對訊號之正確判讀[7]。再者，波束形成技術所使用的聲納陣列通常較為大型，在聲源被動監測之應用上成本較高。

近年來，時間反轉法(TRM, time-reversal mirror 或 time-reversal method)，或簡稱為時反法，

¹ 責任作者 (cjhuang@mail.ncku.edu.tw)

亦逐漸應用到水中聲源定位上。時間反轉法的概念是將接收端所收到的訊號在時間上反轉後，轉發回聲源端，其意義等同於移動接收端至聲源附近，使得接收端可以聚焦聲源，並消除反射。TRM 的概念來自光學研究中的互易定理(reciprocal theorem)及相位共軛(phase conjugation)。互易定理說明從遠方來的光，會沿原路徑反射回原出發點。Zel'dovich 等人[8]基於互易定理解算光傳播的路徑函數，證實反向聚焦(retrofocus)特性，並推算出光源位置。

聲波在海洋中傳遞的衰減非常小，低於 1 kHz 的聲波其傳遞損失可忽略不計；5 kHz 的聲波在 1 大氣壓下、20 °C 的海水中衰減率約為 0.24 dB/km [9]。故若將接收到的聲壓 $P(\mathbf{r}, t)$ 作時間反轉，得到的 $P(\mathbf{r}, -t)$ 亦為線性波方程式的解。Jackson & Dowling [10]在實海域中進行聲源定位實驗，證實相位共軛法應用於水中聲源定位之可行性。時間反轉是對聲壓 $P(\mathbf{r}, t)$ 的時間 t 正負號顛倒，物理意義為將時間倒序；相位共軛是對複數(complex)的虛部正負號顛倒，物理意義為將相位反轉。故時間域的時間反轉即等同於頻率域中的相位共軛。相位共軛法亦被應用於超聲波中[11-12]。

時間反轉法經證實可以處理多重路徑傳遞的問題，並減少訊號互相干擾，使得聲源定位更為準確[13]。時間反轉法之演算特性為將能量聚焦於聲源位置；因此，藉由比較能量大小，設定能量最大處為聲源位置，即可完成聲源之定位。時間反轉法(TRM)可區分為主動式與被動式兩種。主動式時反法是藉由將水聽器陣列所接收到的聲波訊號經時間反轉後，再反發回去，並經由另一水聽器陣列收錄訊號，來判斷聲源位置。而被動式時反法則是由水聽器陣列所接收到並經時間反轉後的聲波訊號，計算出所選區域內的聲壓場，最大聲壓處即是聲源位置。

Parvulescu & Clay [14]於美國長島灣(Long Island Sound)第一次利用時間反轉法進行海上聲源定位實驗[15]，聲源位於 1 海涅水深處，並與收音的單一水聽器(hydrophone)相距 20 海涅。基於主動式時反法，Kuperman 等人[16]於地中海水深約 80 m 海域進行一場發音與收音陣列間距數公里之實驗，證實時間反轉法可使反發聲音訊號聚焦於水中聲源的位置。此實驗中的水聽器陣列(SRA, source-receiver array)長 77 m，具 20 個可發聲的水聽器，布設於 125 m 水深海域。當 SRA 收到聲源(PS, probe source)發出頻率為 445 Hz 的訊號時，SRA 將對此訊號作時間反轉，並反發至設置在 PS

旁的垂直接收陣列(VRA, vertical receiver array)。透過比對 VRA 上各水聽器接收到的音訊強度，可準確定位出聲源的位置。此實驗證明 TRM 能減低在複雜的海洋環境中，多重路徑效應對於聲源定位之影響。Song 等人[17]沿用 Kuperman 等人[16]的實驗，並經由理論證明 SRA 與 PS 之間距改變，會使 TRM 定位後聲源焦點位移。Kim 等人[18]以理論推導及數值模擬說明在淺水中進行 TRM 定位時，水中聲源匯聚的焦點大小會與聲音頻率成反比。Walker 等人[19]基於 TRM 理論，數值模擬出虛擬聲納陣列(VSA, virtual source array)，然後由 VSA 接收到的聲波訊號利用 TRM 做聲源定位，並將此法稱為 TRM-VSA 理論。此方法後來被應用於迴響(reverberant)環境下的聲源定位[20-22]。

常用來計算聲波在海洋中傳遞時的聲壓場共有四種方法，分別為：聲線法(ray theory)、頻譜法(spectral method)、正規模態法(normal mode)及拋物線方程法(parabolic equation method) [23]。聲線法適用於較高頻之聲波(>1 kHz)，而其他三種則適用於較低頻之聲波(<1 kHz)。本研究用來發射聲波的音鼓為 NEPTUNE-TX335(Neptune Sonar Limited, East Yorkshire, United Kingdom)，其發射聲波之頻率主要為 3-7 kHz。因此，本研究應用聲線法來求得聲波在水中傳播之聲場。

大部分的 TRM 實驗採用垂直線陣列的型式(VLA, vertical line array)。Zhang 等人[24]應用正規模態法證實，淺水中底碇式的水平 TRM 陣列相較布放於其他水深中，定位聚焦效果更佳。Zhang 等人[20]藉由數值模擬探討虛擬的被動式水聽器陣列應用時反法在淺水中的聲源定位的效果。該陣列位於 140 m 水深處，含有 60 個水聽器，第一個水聽器位於水深 20 m 處，最遠一個水聽器位於水深 138 m 處。研究中利用拋物線方程法[25-27]求出頻率為 170 Hz 的聲源的聲場，及各水聽器上的聲源疊加所產生的聲場。利用此數值模擬所得到的結果，經與 Ginras & Gerstoft [28]及 Gerstoft & Ginras [29]的實驗結果相較，準確性相當高。

Jing 等人[30]應用聲線法及虛擬時反法進行主動水中目標偵測(ADVTR, active detection on virtual time reversal)，求得水中目標物所在之方向。此研究應用 BELLHOP 程式求得水中的聲場。相較於前述被動時反法的研究，ADVTR 在主動偵測的過程中，將多重路徑效應所造成之影響加入考量。BELLHOP 程式係基於聲線法發展出來，可以用來計算點聲源發出的聲波在海洋中傳遞時的聲場。其原由 Porter [31]寫成，後經 Maggi & Duncan

[32]及 Duncan & Maggi [33]以 MATLAB 軟體建立出簡易的使用者介面(GUI)，並與其他聲學程式合併成 AcTUP (Acoustic Toolbox User-interface & Post-processor)聲學軟體。

上述利用時反法進行水中聲源定位時，基本上只是二維定位。一般而言，要定位出聲源的三維位置，須同時使用垂直及水平水聽器陣列。增加一座陣列，即是增加水聽器的數量以及龐大的資料量。近期有許多研究探討不同形狀的陣列與定位方法，對於聲源三維定位的效率及精準度的影響。Isbitiren & Akan [34]及 Dehnavi 等人[35]提出利用水下聲波無線感測網 (underwater acoustic wireless sensor network) 及卡爾曼濾波器(Kalman filter)進行聲源三維定位與追蹤。該感測網由在底床上的 40 個感測器及 1 個發聲器(projector)組成。其運用幾何方法計算聲波自發聲器至感測器時的到達時間(TOA, time of arrival)來分辨聲源位置。要獲得三維位置資訊，該方法須用至少 4 個感測器；然此方法的運算效率低，如要更快獲得定位結果，則須增加卡爾曼濾波器，對訊號做除錯與計算預估值，以提高定位結果的正確率。再者，因此方法須由發聲器主動拍發聲訊，有暴露發聲器位置的風險。

Stotts 等人[36]提出以地音反算(geoacoustic inversion)進行水面艦聲源定位。該研究在水深 72 m 的淺海設置由水平陣列及垂直陣列組成的 L 形陣列，並以其發展的掃描演算法(screening algorithm)找出欲解算的聲波頻率，再以迭代(iteration)的方式計算以正規態法模擬出的聲壓值及實際收錄到的聲壓值的平均誤差，求得最小誤差處即為聲源位置。Liu 等人[37]提出一個基於 ML-PDA (maximum likelihood-probabilistic data association) 的迭代法，求得水下目標物的三維定位。該迭代法可改善水中聲速剖面的不確定性及低訊噪比對定位誤差的影響。然而淺海中的邊界作用，使得水中聲音傳播複雜，因此基於到達時間差的地音反算較常用於深海環境中[38-39]。Bavu & Berry [40]基於時間反轉理論研發一個新的數值模擬方法，稱為時間反轉槽(TRS, time-reversal sink)，模擬聲源在三維聲場中的聲學成像(acoustic image)。他們在空氣中的時間反轉槽中設置 36 個麥克風及 3 個聲源(speaker)，並模擬出多重訊號分類(MUSIC, multiple signal classified)的擬頻譜(pseudospectrum)，定位出聲源位置。

傳統水中聲音的監測是透過在海床上設置電纜連接水聽器來進行收音。然而此方法成本高昂

且不易維護，再者也可能因電纜過長而造成訊號衰減。為改善此類系統的不穩定性，McDonald 等人[41]研發一種自動水下目標物絆網(trip-wire)系統以監測水中聲源。該系統布放於海床上，由一座由 6 個不等間距的水聽器組成 650 m 的 HLA，和一座由 6 個等間距的水聽器組成 70 m 的 VLA 整合而成。該 HLA-VLA 陣列網使用 Bucker [42]和 Bucker & Baxley [43]所開發的匹配場(matched-field)聲學演算法，對於水下目標物的水平與水深距離有良好的辨識效果。將絆網系統連結水中聲學數據機(modem)並掛載於 Racom 浮標後，辨識結果可透過浮標傳輸到所需的位置。

在海洋環境中使用的浮標能作為收集數據資料和分析數據的平台，當浮標離岸距離較近時，前述資料將透過 GPRS (general packet radio service) 傳到使用者端；當離岸較遠時，則可以透過衛星進行遠程數據傳輸。浮標作為海氣象觀測的載台已是相當成熟的技術[44-45]。因此，本研究進行二維定位時，將一含有四個水聽器的垂直陣列掛載於小型浮標上，作為實驗中的被動式 TRM，並以 NEPTUNE-TX335 音鼓作為發音聲源。由上述可知，前人研究中已經應用時反法，結合正規態法[24、21]或拋物線方程法[20]，進行水中聲源二維定位。而文獻中尚未有利用被動時反法與聲線法在實際海洋環境中進行聲源二維及三維定位的研究。本研究除了首先應用聲線法與被動時反法在實海域進行聲源二維定位實驗外，亦詳細描述了被動時反法結合 BELLHOP 程式的水中聲源定位程序。此外，本研究也提出利用被動時反法與聲線法的聲源三維定位方法。

本研究首先在拖航水槽及鹽埔漁港外海進行聲源二維定位的實驗，試驗結果顯示以少數的水聽器即可得到二維定位不錯的結果。然而前述兩項實驗，皆僅能定位出聲源所在的水深及其與水聽器陣列間的垂直距離，無法偵測出目標聲源方位。目前尚無研究結合時間反轉法及聲線法進行水中聲源的三維定位；然而比較聲線法中二維圓柱座標 (r, z) 的聲線方程式與三維直角座標中 (x, y) 的聲線方程式[27]，可發現兩者的型式完全相同。因此，本研究聲源三維定位的方法上，於垂直水聽器陣列上再設置一組水平水聽器陣列，形成一座十字形的水聽器陣列。首先，由垂直陣列上水聽器所接收到的聲音訊號，利用被動時間反轉法求出聲源位置的二維圓柱座標 (r_{oe}, z_{oe}) 。接著，如同上述二維定位方法，也利用 BELLHOP 程式，由水平陣列上水聽器所接收到的

聲音訊號，計算 (x, y) 平面的聲場，求出聲源在 (x, y) 平面上的座標 (x_{oe}, y_{oe}) 。由上述結果，即可得到水中聲源之三維位置 (x_{oe}, y_{oe}, z_{oe}) 。本研究所提出的水中聲源三維定位方法，經拖航水槽試驗證實此方法的可行性及準確性，後續可於實海域中進一步測試其實用性。

時間反轉法

如前言所述，本研究主要目的為運用被動時間反轉法及聲線法建立聲源的二維及三維定位方法。本節介紹時間反轉法，下節介紹聲線法，並說明如何結合此兩種方法進行聲源之二維定位。

1. 時間反轉與相位共軛

位於 \mathbf{r}_o 之點聲源其聲壓之波方程式為

$$\nabla^2 P(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = -S(t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_o) \quad (1)$$

式中 c 為聲速， \mathbf{r} 為任意場點之位置， $S(t)$ 為聲源強度(單位為 N/m)，而 $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_o)$ 為奇異點位於 $\mathbf{r} = \mathbf{r}_o$ 的 Dirac delta 函數。經傅立葉轉換後，(1)式可寫為

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} p(\mathbf{r}, \omega) = -s(\omega)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_o) \quad (2)$$

式中 ω 為角頻率(angular frequency)，而

$$p(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega t} dt \quad (3)$$

(3)式的反轉換可寫為

$$P(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{r}, \omega) e^{i\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{r}, \omega) e^{i\omega t} df \quad (4)$$

同理，

$$s(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) e^{-i\omega t} dt \quad (5)$$

滿足(2)式的單頻的(monochromatic)、或時域簡諧波的(time-harmonic)點聲源所產生的球形波(spherical waves)，其聲壓可表示為

$$\begin{aligned} P(r, t) &= p(r, \omega) \cdot e^{i\omega t} \\ &= s(\omega) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_o, \omega) \cdot e^{i\omega t} \\ &= s(\omega) \frac{e^{i(-kr+\varphi)}}{4\pi r} \cdot e^{i\omega t} \\ &= s \frac{e^{i(\omega t - kr + \varphi)}}{4\pi r} \end{aligned} \quad (6)$$

式中 k 為波數(wavenumber, $k = \omega/c$)， r 為 \mathbf{r} 與 \mathbf{r}_o 之間的距離， φ 為聲波之相位角， $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_o, \omega)$ 則為 Helmholtz 方程式[(2)式]之格林函數(Green's function)。(6)式所表示的波為從聲源向外傳遞的

波。當時間反轉後(亦即 t 變為 $-t$)，則壓力場變為

$$P(r, -t) = p(r, \omega) \cdot e^{-i\omega t} = s \frac{e^{-i(\omega t + kr - \varphi)}}{4\pi r} \quad (7)$$

(7)式所表示的波為從外向聲源傳遞的波。

如果改變(6)式中 kr 及 φ 的正負號，而 t 的正負號不變，則(6)式可改寫為

$$s \frac{e^{i(kr - \varphi)}}{4\pi r} \cdot e^{i\omega t} = p^*(r, \omega) \cdot e^{i\omega t} = s \frac{e^{i(\omega t + kr - \varphi)}}{4\pi r} \quad (8)$$

(8)式中的波亦為從外向聲源傳遞的波。由(7)式及(8)式可得

$$\begin{aligned} \text{Re}[P(r, -t)] &= \text{Re}[p(r, \omega) \cdot e^{-i\omega t}] \\ &= \frac{s}{4\pi r} \cos(\omega t + kr - \varphi) \\ &= \text{Re}[p^*(r, \omega) \cdot e^{i\omega t}] \end{aligned} \quad (9)$$

式中 Re 表示複數中的實數部分。由(6)式及上式可知，對單頻波而言，時間反轉的聲壓可直接對原來的非時變聲壓取其共軛求得。上述推導雖然僅適用於單頻波，但寬頻訊號的解可經由對單頻訊號的解做傅立葉疊加(Fourier superposition)求得。因此，時域中的聲波訊號時間反轉後的結果，等同於頻率域中聲波訊號取相位共軛的結果[13]。相位共軛以 $*$ 表示。

2. TRM 之運用

本研究使用水聽器陣列作為 TRM，進行水中聲源二維及三維定位。二維定位只使用一垂直陣列，而三維定位則是在原來的垂直陣列上加上一水平陣列，形成十字形陣列。當 TRM 陣列接收到聲源(PS, probe source)所發射之聲音訊號時，將對此聲音訊號作時間反轉，並沿原路徑反發回去(back-propagation)。經上節所述的(6)式及(9)式，可知 TRM 上水聽器反發聲波所形成的聲壓場可由下式求得

$$p_{pc}(r, z, \omega) = \sum_{j=1}^M G_{\omega}(r, z; R, z_j) \cdot p_{\omega}^*(R, z_j; 0, z_{PS}) \quad (10)$$

式中 (r, z) 為任意場點(field point)的二維座標， M 為 TRM 上水聽器個數， $p_{\omega}^*(R, z_j; 0, z_{PS})$ 為頻率域下 TRM 接收到之聲壓場之相位共軛， R 為 TRM 與 PS 之距離， z_j 為各水聽器之水深， z_{PS} 為 PS 所在之水深，而 $G_{\omega}(r, z; R, z_j)$ 為各水聽器至 PS 之格林函數。(6)式中的格林函數與(10)式中格林函數不同，前者僅適用於無限域下聲波在均勻介質中傳遞的情形。(10)式中的格林函數可以包含聲

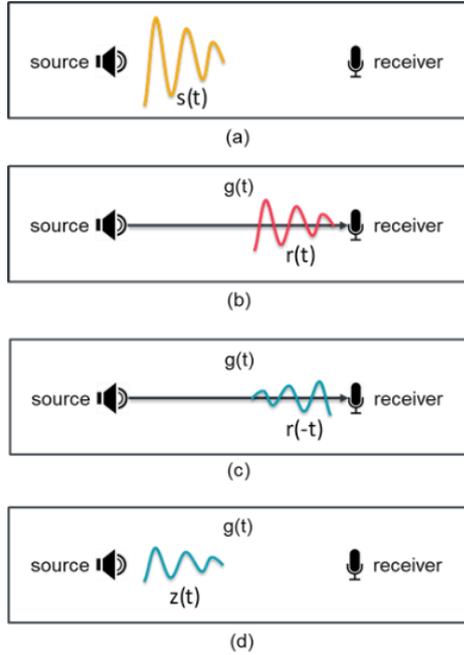


圖 1 時域中之 TRM 計算流程

波之散射(scattering)、多重路徑及波導(wave guide)等效應，亦可視為 TRM 上聲源與場點間之轉移函數(transfer function)，為一待求的未知函數。

本研究以 NEPTUNE-TX335 作為音鼓發出聲波，發音頻率為 3–7 kHz，屬高頻訊號。該音鼓藉由推動活塞產生聲波；故產生的聲波可視為平面波(plane wave)的型態。如前言所述，本研究利用聲線法求出所需要之格林函數 $G_{\omega}(r, z; R, z_j)$ 。

3. TRM 之時域計算

上節所述為 TRM 在頻域中之理論，本節推導 TRM 在時域中之理論。若有一點聲源其發射之時域訊號為 $s(t)$ ，參閱圖 1(a)，而接收訊號為 $r(t)$ ，參閱圖 1(b)；根據(6)式及摺積定理， $r(t)$ 與 $s(t)$ 之間的關係可表示為

$$r(t) = g(t) \otimes s(t) \quad (11)$$

式中 $g(t)$ 為聲源訊號與接收訊號間的轉移函數，亦稱為脈衝響應函數(IRF, impulse response function)， \otimes 為摺積運算子。依摺積的定義，(11)式可寫為

$$r(t) = g(t) \otimes s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) s(t - \tau) d\tau \quad (12)$$

將接收到的聲波訊號做時間反轉，亦即 $r(t)$ 變為 $r(-t)$ ，參閱圖 1(c)，由(11)式可得

$$r(-t) = g(-t) \otimes s(-t) \quad (13)$$

將時間反轉後之訊號 $r(-t)$ 從接收端發回聲源端，

此時聲源端接收到的訊號 $z(t)$ ，參閱圖 1(d)，可表示為

$$z(t) = g(t) \otimes r(-t) = g(t) \otimes g(-t) \otimes s(-t) \quad (14)$$

對 $z(t)$ 做時間反轉，可得

$$z(-t) = g(-t) \otimes g(t) \otimes s(t) = \text{const} \cdot s(t) \quad (15)$$

(15)式說明 TRM 理論可重建原聲源之發射訊號 $s(t)$ ，且其精準度受 IRF 所影響。上述推導過程假設聲波從聲源端到接收端的轉移函數與聲波從接收端發回聲源端的轉移函數一樣，參閱(11)式及(14)式；但在實際海洋環境中，兩者可能會有差異，此項差異將導致重建聲源訊號上的誤差。

在實際應用中，TRM 含有數個水聽器，因此(11)式及(13)-(15)式可改寫如下

$$r_m(t) = g_m(t) \otimes s(t) \quad (16)$$

$$r_m(-t) = g_m(-t) \otimes s(-t) \quad (17)$$

$$z_m(t) = g_m(t) \otimes r_m(-t) \quad (18)$$

$$z_m(-t) = g_m(-t) \otimes g_m(t) \otimes s(t) = \text{const} \cdot s(t) \quad (19)$$

式中 $m=1, 2, 3, \dots, M$ ， M 為水聽器數量， $g_m(t)$ 為 TRM 上水聽器的聲源訊號與任意場點接收訊號間的轉移函數。將 TRM 上水聽器接收訊號反發所產生的聲壓疊加，可得所選計算域內的聲場為

$$z_{sum}(t) = \sum_{m=1}^M z_m(t) = \sum_{m=1}^M g_m(t) \otimes r_m(-t) \quad (20)$$

本研究設定疊加後聲壓之最大值，即為原聲源位置。本研究利用聲線法求得水聽器的聲源與任意場點間的轉移函數 $G_{\omega}(r, z; R, z_j)$ ，再利用 Fourier 反轉換求出轉移函數 $g_m(t)$ ，並由(20)式求得所選計算域內的聲場。

聲線法 (ray method)

如前言所述，本研究使用聲線法求得高頻聲源產生的聲波在海洋中傳播的聲場。本節簡述如何應用 Helmholtz 方程求得沿著聲線的聲壓，詳細推導過程請參閱[27]。

1. 程函(eikonal)方程

位於 \mathbf{r}_o 之單位強度點聲源的聲壓場，可藉由解下列 Helmholtz 方程求得

$$\nabla^2 p + \frac{\omega^2}{c^2(\mathbf{r})} p = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_o) \quad (21)$$

式中 $c(\mathbf{r})$ 為聲速，在直角坐標中 $\mathbf{r} = (x, y, z)$ 。(21)式與(2)式的差別在於(21)式中 $s(\omega) = 1.0$ ，且聲速

$c = c(\mathbf{r})$ ，不像(2)式中聲速為常數。假設(21)式的解可表示為[46]

$$p(\mathbf{r}) = e^{i\omega\tau(\mathbf{r})} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A_j(\mathbf{r})}{(i\omega)^j} \quad (22)$$

式中 $\tau(\mathbf{r})$ 為波前(wavefront)的等位線，亦稱為程函(eikonal)。由(22)式可知當聲波為高頻時， $j \geq 1$ 的項基本上可忽略。因此，(22)式可簡化為

$$p(\mathbf{r}) = A_0(\mathbf{r}) \cdot e^{i\omega\tau(\mathbf{r})} \quad (23)$$

(23)式的解為單位強度點聲源所發出的聲波在海洋中傳播的壓力場，可視為(21)式的格林函數，或是聲源與場點間訊號的轉移函數。將(22)式帶入(21)式，並重新整理與 ω 相同等級的項，可得下列方程用來求解 $\tau(\mathbf{r})$ 及 $A_j(\mathbf{r})$

$$O(\omega^2): |\nabla\tau|^2 = \frac{1}{c(\mathbf{r})^2} \quad (24)$$

$$O(\omega): 2\nabla\tau \cdot \nabla A_0 + (\nabla^2\tau)A_0 = 0 \quad (25)$$

$$O(\omega^{-j}): 2\nabla\tau \cdot \nabla A_j + (\nabla^2\tau)A_j = -\nabla^2 A_{j-1} \quad (26)$$

$j = 1, 2, \dots$

(24)式為求解 $\tau(\mathbf{r})$ 的方程式，稱為程函方程(eikonal equation)，而其他求解 $A_j(\mathbf{r})$ 的方程式，稱為傳輸方程(transport equations)。由(24)式及(25)式分別求出 $\tau(\mathbf{r})$ 及 $A_0(\mathbf{r})$ 後，代入(23)式即可得到聲壓場。

為解程函方程，定義一組與波前等位線相垂直的座標，稱為聲線座標(ray coordinates)。由於 $\nabla\tau$ 為垂直波前的向量，因此定義聲線軌跡 $\mathbf{r}(s)$ 如下

$$\frac{d\mathbf{r}}{ds} = c\nabla\tau \quad (27)$$

式中 s 為沿聲線方向的距離，引入 c 是為使 $d\mathbf{r}/ds$ 成為單位向量。由(27)式可進一步推導得聲線軌跡的向量方程式為

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{1}{c} \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) = -\frac{1}{c^2} \nabla c \quad (28)$$

在圓柱座標 (r, z) 中，上式可寫為一階微分方程的型式如下

$$\frac{dr}{ds} = c\xi(s), \quad \frac{d\xi}{ds} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial c}{\partial r} \quad (29)$$

$$\frac{dz}{ds} = c\zeta(s), \quad \frac{d\zeta}{ds} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial c}{\partial z} \quad (30)$$

$[r(s), z(s)]$ 即為聲線在距離 - 深度二維平面上之軌跡。上式中的 $\xi(s)$ 及 $\zeta(s)$ 是為了將微分方程寫成

一階的型式而額外引入的變數。

在聲線座標中，程函方程可寫為

$$\frac{d\tau}{ds} = \frac{1}{c} \quad (31)$$

上式的解為

$$\tau(s) = \tau(0) + \int_0^s \frac{1}{c(s')} ds' \quad (32)$$

雖然引入曲線座標系(curvilinear coordinate system)可以容易求出沿著聲線的聲壓，但在實際應用時仍需求出直角座標系上的聲壓，方便了解聲場之特性。Porter and Liu [47]提出轉換函數 $\phi(s, n)$ ，將聲壓從曲線座標系轉換至直角座標系。

轉換函數 $\phi(s, n)$ 引進波束(beam)的觀念。波束由數條聲線組成，並以該波束中的一條聲線作為中央聲線(central ray)，轉換函數 $\phi(s, n)$ 則是透過中央聲線與其相鄰的兩聲線之間的關係，將曲線座標系轉換為直角坐標系。轉換函數 $\phi(s, n)$ 定義如下

$$\phi(s, n) = \begin{cases} \frac{W(s) - n}{W(s)}, & \text{for } n \leq W(s) \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (33)$$

式中 n 為沿著中央聲線垂直方向的距離； $W(s)$ 為中央聲線與其相鄰的兩聲線之間的距離，可由聲線間的夾角與聲線間的分散程度計算得到[27]。最後，聲壓可由下式求得

$$p(s, n) = A_0(s) \cdot \phi(s, n) \cdot e^{i\omega\tau(s)} \quad (34)$$

式中 $A_0(s)$ 為聲壓振幅。

2. AcTUP

AcTUP (V2.2 ℓ) 軟體係由 Maggi & Duncan [32] 及 Duncan & Maggi [33] 所撰寫，他們使用 Matlab 程式將不同聲壓解法的程式寫成 GUI 介面，提供使用者進行水中聲學之研究。該軟體包含數個計算聲壓場之程式，如以正規態法計算聲壓之 KRAKEN 程式[48]；以波數積分法(wavenumber integration)計算聲壓之 FIELD 程式；以聲線法計算聲壓之 BELLHOP 程式；以拋物線方程法計算聲壓之 RAMGEO 程式等。此軟體亦提供 BOUNCE 程式計算聲波於海床之反射係數。本研究以 BELLHOP 計算聲壓場，以 BOUNCE 計算海床之反射係數。BELLHOP 是由 Porter and Liu [47] 及 Porter [31] 所發展，其利用有限元素法求解聲線座標中的聲場。聲線法適用於寬頻、高頻且隨距離變化(range-dependent)之聲壓場的計算。

3. 應用被動時反法與 AcTUP 進行聲源二維定位之流程

- (1) 以音鼓發射 3、4、5、6 及 7 kHz 的單頻聲波訊號 $s(t)$ 。
- (2) 利用水聽器陣列(TRM)收錄音鼓所發出的聲波訊號，得到 $r_m(t)$ ， $m=1,2,3,4$ 。
- (3) 將收錄到的訊號進行時間反轉，得到 $r_m(-t)$ 。
- (4) 利用 AcTUP 的 BELLHOP 及 BOUNCE 程式求得所選二維計算域(距離-水深)上的聲壓場 $p(s,n)$ ，作為頻域上的轉移函數 $G_\omega(r, z; R, z_j)$ ，見(34)式。
- (5) 使用 MATLAB 將頻域上的轉移函數 $G_\omega(r, z; R, z_j)$ 轉為時間域，得到 $g_m(t)$ 。
- (6) 使用 MATLAB 在所選的計算域建立網格，本研究建立的網格大小在深度(depth)與距離(range)軸上皆為 0.01 m，亦即 $\Delta r = \Delta z = 0.01$ m。
- (7) 使用 MATLAB 進行 $r_m(-t)$ 與 $g_m(t)$ 的摺積運算，得到(18)式中的 $z_m(t)$ 。
- (8) 將 TRM 上垂直陣列的 4 支水聽器反發所得之 $z_m(t)$ 值疊加，如(20)式，所得到的 $z_{sum}(t)$ 值最大處為聲音匯聚之處，設定為二維聲源位置。

前述流程中，在利用 AcTUP 的 BELLHOP 程式做聲線計算時，先將聲源發射的水平方向訂定為 0° 且向下為負值，聲線發射角度範圍設定為 $\pm 80^\circ$ ；聲線發射角度的間隔為 1° ；聲線計算點距(step size along ray)則使用 BELLHOP 程式中的預設值，為水深的十分之一(單位：m)。

上述過程為應用 TRM 及 AcTUP，進行水中聲源二維(距離-水深)定位的流程，此方法須利用 TRM 上的垂直水聽器陣列收錄水中聲源的訊號。

水中聲源二維定位試驗

為了解 TRM 結合 AcTUP 在聲源定位上的可行性及準確度，本研究先在拖航水槽進行 TRM 二維定位實驗，在確定其可行性後，進行實際海域中的二維定位實驗。

1. 拖航水槽 TRM 二維定位實驗

本實驗於 2018 年 7 月 21 日在國立成功大學系統及船舶機電工程學系的拖航水槽中進行，實驗配置參閱圖 2。拖航水槽長度、寬度、水深分別

為 165、8、3.5 m。本研究使用 NEPTUNE-TX335 作為音鼓發射單頻聲波訊號，聲波發射時間約為 1 分鐘，每 0.5 s 發出持續 0.2 s 的訊號，聲波頻率分別為 3、4、5、6 及 7 kHz。實驗時將音鼓置於一鋼架上，音鼓的沒水深度為 2.75 m。垂直水聽器陣列懸掛於一可自由移動的浮標下方，水聽器陣列下方懸掛一重物確保其維持在垂直方向。實驗時，可藉由移動浮標來選定聲源與 TRM 間之距離。本實驗聲源位置維持不變，而聲源與 TRM 間之距離為 10、20、40、80 m。水聽器間的距離為 0.5 m，最上方的水聽器水深為 1 m。本研究使用的水聽器為 HTI-94-SSQ (High Tech Inc., Long Beach, Mississippi, USA)，此型儀器已內建前置功率放大器。使用前先比對此型儀器所量到的水中聲音訊號，與使用 B&K 4229 水聽器校正器校正過的 B&K 8104 水聽器(Brüel & Kjær, Virum, Denmark)所量到的一致。

本研究使用的浮標由本團隊與成功大學近海水文中心共同製作完成，浮標直徑為 30 cm、高 40 cm，浮標艙內裝有電池提供電力、聲音擷取系統、主電腦等儀器。為了避免這些元件移動發出噪音，每個元件皆牢固於艙內特製的鋼架上。實驗時，由主電腦操縱訊號擷取器使水聽器接收水中聲音訊號。訊號擷取器會進行類比-數位轉換(analog to digital, A/D)。經類比-數位轉換後的訊號可被主電腦讀取及儲存。訊號擷取器可進行四通道同步取樣，其取樣頻率可達每通道 200 kS/s。收錄之資料儲存於電腦之記憶卡內，於實驗結束後，再以時間反轉演算法進行聲源定位分析，以免因資料量龐大使得電腦無法同時處理資料擷取與分析，而造成資料損壞。

本實驗水槽內水溫為 26°C 。依據水溫-密度表，水密度 ρ_w 為 997.2 kg/m^3 ，水中聲速 $c \approx 1485.3\text{ m/s}$ ，此係利用下列公式計算所得

$$c = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{E_v}{\rho}} \quad (35)$$

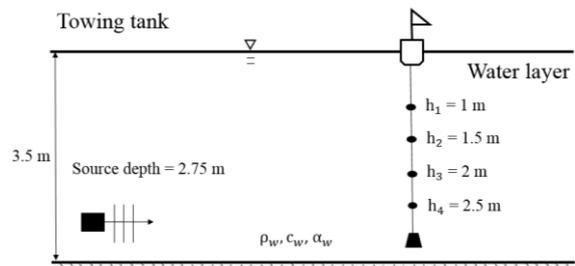


圖 2 拖航水槽 TRM 二維定位的實驗配置圖

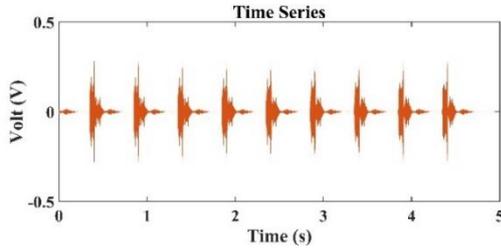


圖 3 水聽器陣列與 3 kHz 的聲源距離為 80 m 時，第二個水聽器所接收到的聲波時系列訊號

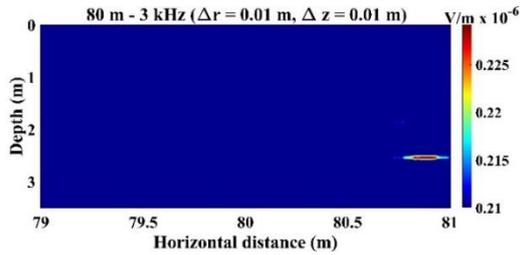


圖 4 水聽器陣列與 3 kHz 的聲源距離為 80 m 時，二維聲源定位結果 (水聽器陣列與聲源距離為 80.89 m，聲源深度 2.54 m)

式中 E_v 為水的容積模數(bulk modulus)，26° C 的水 E_v 值為 2.2×10^9 N/m²。水槽的聲速設定為定值。此外，BELLHOP 中的演算法不考慮聲波在水中傳遞時能量的損失，因此水中吸音率(water attenuation, α_w)設定為零。

圖 3 所示為水聽器陣列與 3 kHz 的聲源距離為 80 m 時，第二個水聽器 ($h_2 = 1.5$ m) 所接收到的聲

波時系列訊號。由圖 3 可知，水聽器除了接收到聲源的訊號外，也接收到從水面及水槽壁的反射出來的聲波。圖 4 所示為上列實驗條件下，二維聲源定位結果。圖 4 顯示實驗定位結果為聲源離水聽器陣列 80.89 m，深度為 2.54 m。實際聲源位置與估算的聲源位置間的距離為 0.91 m。圖 4 中的聲壓係由(20)式求得，式中 $g_m(t)$ 為脈衝響應函數，其單位為 m^{-1} ，而 $r_m(-t)$ 為水聽器所量到的聲波電壓值，單位為 Volt，因此(20)式中 $z_{sum}(t)$ 的單位為 V/m。

為了瞭解不同聲源頻率及不同的聲源與水聽器陣列的距離下定位的準確性，將實驗結果整理成表 1。表 1 中的 d_{01} 表示實際聲源位置與估算的聲源位置間的距離，而最右欄內的數值表示不同頻率下估算的聲源位置的平均值，並算出在距離及深度上的誤差的百分比。表 1 中的誤差平均值百分比，在 r 軸的參考值取 r_o 的值， z 軸的參考值取水槽的水深(3.5 m)做計算。由表 1 可看出絕大部分的 d_{01} 值皆小於 2 m，而誤差大於 2 m 的數據皆來自 6 或 7 kHz 的聲源。由於本研究所用的音鼓，在 3–5 kHz 所發出的音量較大，而在 6–7 kHz 的音量則較小。因此有可能因訊噪比較低，導致誤差相對較大。此外，深度定位誤差 (z 方向)較水平距離定位誤差 (r 方向)大的可能原因包括：(1) 水聽器個數不足；(2) 水深度淺(本實驗中水深為 3.5 m)。被動時間反轉法是透過數個水聽器收音再反向發射，藉由疊加反向發射聲波的強度，

表 1 拖航水槽水中聲源二維定位實驗結果

聲源位置 實際值 (距離，水深)	聲源位置估算值 (r_{oe}, z_{oe})					平均 誤差
	3 kHz	4 kHz	5 kHz	6 kHz	7 kHz	
$r_o = 10$ m	9.25	9.08	9.18	9.06	9.20	0.85 m (8.46%)
$z_o = 2.75$ m	2.47	1.10	1.46	0.74	1.05	1.39 m (39.6%)
d_{01}	0.80	1.89	1.53	2.22	1.88	1.66 m
$r_o = 20$ m	19.00	19.39	19.02	19.41	19.50	0.74 m (3.68%)
$z_o = 2.75$ m	2.55	1.94	3.00	1.82	0.58	0.87 m (24.91%)
d_{01}	1.02	1.01	1.01	1.10	2.23	1.27 m
$r_o = 40$ m	39.33	39.00	40.22	39.01	39.78	0.73 m (1.83%)
$z_o = 2.75$ m	2.53	2.48	2.95	1.05	0.83	0.86 m (24.63%)
d_{01}	0.71	1.04	0.30	1.97	1.93	1.19 m
$r_o = 80$ m	80.89	80.71	79.04	80.92	80.49	0.79 m (0.99%)
$z_o = 2.75$ m	2.54	2.29	1.74	2.48	1.29	0.68 m (19.49%)
d_{01}	0.91	0.85	1.39	0.96	1.54	1.13 m

$$d_{01} : \text{實際聲源位置與估算的聲源位置間的距離} ; d_{01} = \sqrt{(r_{oe} - r_o)^2 + (z_{oe} - z_o)^2}$$

聚焦聲源位置。故當水聽器個數越多，則聚焦效果越強。再者，水深度淺的情況下，聲源發出的聲波在傳遞到水聽器陣列時，已經過多次水面及底床的反射。因此，水聽器陣列接收到的聲波訊號與原來的聲波訊號在垂直方向的特性已不同。相反的，聲波在傳遞到水聽器陣列時，在 r 方向上並沒有受到邊界反射的影響。因此， r 方向上的定位誤差會較 z 方向上的定位誤差小。上述有關定位誤差原因的探討，為本文作者就其所知所作的推論，詳細原因仍有待後續研究釐清。

上述結果顯示，相較於前人的研究中 TRM 水聽器陣列常擺放超過 20 個水聽器[16、20-21]，而本研究中只放了 4 個水聽器，但已得到不錯的距離定位結果。孫[49]及陳[50]經由數值模擬研究顯示，增加陣列上水聽器數量或增加水聽器間的間隙皆會得到較高的聲壓及聚焦增益；因此，可提高垂直位置定位的準確度。

2. 實海域 TRM 二維定位實驗

在拖航水槽實驗中驗證了本研究所建立的水中聲源二維定位方法的可行性及準確性之後，本研究於 2018 年 10 月 11 日進一步在屏東鹽埔漁港外海進行了實海域的聲源二維定位實驗。實驗所在位置座標為北緯 22°26'41"、東經 120°26'45"，當地水深為 23 m。實海域試驗與拖航水槽實驗所用的浮標相同，但在實海域試驗中浮標係以鋼纜錨定於海底。四只水聽器固定於鋼纜上，形成垂直水聽器陣列。此外，在水聽器陣列下方的鋼纜上繫上一重物，使水聽器陣列能夠保持垂直，參閱圖 5。圖 5 所示為鹽埔漁港外海 TRM 二維定位實驗的配置圖及水體與地質的相關參數。由圖 5 可知 TRM 由四只水聽器組成，離海面最近的第一只水聽器距海面 1 m，各水聽器之間距為 0.5 m，第四只水聽器距離海床 20.5 m。

試驗時，先將浮標及繫有水聽器、重物、及錨定塊(如圓環形鐵塊)的鋼纜，利用漁船載到實驗設定位置，再以人工方式布放。實海域試驗也使用音鼓 NEPTUNE-TX335 作為聲源，發射單頻聲波訊號。該音鼓以鋼架掛於小漁船之左船舷下方，並放置於海面下 2.75 m 處，試驗過程中音鼓深度維持不變。因此，此次試驗聲源深度(z_0)皆為 2.75 m。聲波發射時間約為數分鐘，每 0.6 s 發出持續 0.3 s 的訊號，聲波頻率分別為 3、4 及 5 kHz。因為音鼓掛載於小漁船上，可以透過漁船的移動，來控制聲源與水聽器陣列間的水平距離

(r_0)。

試驗時測得當日海水溫度為 28 °C，並取回水樣以量測鹽度，得到該海域鹽度為 34.8 psu。實驗海域水深僅為 23 m，可視為淺水，因此假定水中聲速剖面為定值。水中聲速以下列公式算出為 1541 m/s [51]

$$c = 1449.2(\text{m/s}) + 4.6T - 0.055T^2 + 0.00029T^3 + (1.34 - 0.017T)(S - 35) + 0.016z \quad (36)$$

式中 T 為溫度 (°C)， S 為鹽度 (ppt)， z 則為水深 (m)。在鹽度的單位上，雖式中的 S 以 ppt 表示，但 ppt 與 psu 的值差異甚小，因此本研究以 psu 的值代入上式。

1 大氣壓下海水的密度 ρ_{sw} 可由下式求得[52]

$$\rho_{sw} = \rho_w + AS + BS^{1.5} + CS^2 \quad (37)$$

式中 ρ_w 為純水的密度 (kg/m^3)， A 、 B 及 C 為與海水溫度相關的係數。由 Millero & Poisson [52]給定的公式可計算出鹽埔漁港外海之純水密度 ρ_w 為 996 kg/m^3 ，海水密度 ρ_{sw} 為 1022 kg/m^3 。

計算實海域的聲壓時，因有部分聲波會穿透海床並反射，需考慮當地的海床底質。鹽埔漁港外海的海床土壤約有數米深，本研究假設其為 10 m。由前人研究得知當地海域土壤密度 ρ_s 為 1858 kg/m^3 ，底質中聲速為 1650 m/s [53-54]。將土壤深度、密度及聲速帶入聲學計算軟體 AcTUP 中的 BOUNCE 程式，可得到海床底質對於聲線反射與折射之影響。因使用的 BELLHOP 程式不考慮聲波在水中傳遞的損失，且土壤吸音率一般不容易測得；因此，為了簡單起見，本研究將水中吸音率及土壤吸音率設定為 0。不同土壤吸音率對定位準確度的影響，有待後續研究。

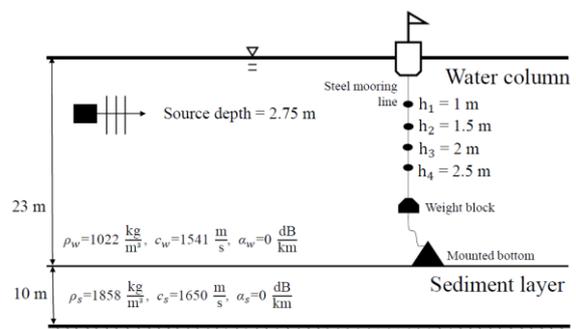


圖 5 鹽埔漁港外海 TRM 聲源二維定位試驗的配置圖及水中與地質參數

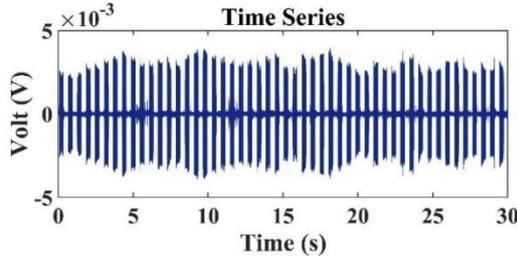


圖 6 頻率 3 kHz 的聲源與水聽器陣列的水平距離 (r_o) 為 1500 m 時，第三個水聽器所接收到的聲波時系列訊號(訊號長度 30 s)

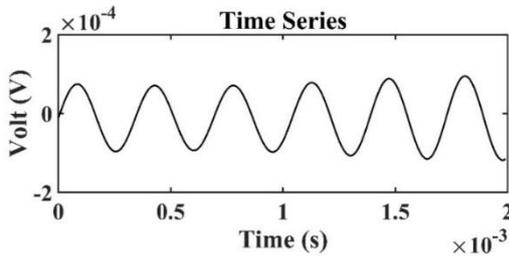


圖 7 頻率 3 kHz 的聲源與水聽器陣列的水平距離 (r_o) 為 1500 m 時，第三個水聽器所接收到的聲波時系列訊號，說明聲源確實為 3 kHz

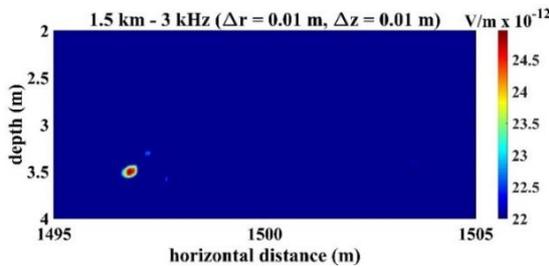


圖 8 頻率 3 kHz 的聲源位置為 $r_o = 1500$ m 及 $z_o = 2.75$ m 時，聲源二維定位結果 ($z_{oe} = 3.50$ m 及 $r_{oe} = 1496.8$ m)

圖 6 所示當 3 kHz 的聲源與水聽器陣列的水平距離 (r_o) 為 1500 m 時，第三支水聽器 ($h_2 = 2$ m) 所接收到的聲波時系列訊號。理論上，水聽器除接收到音鼓所發射的聲源訊號外，也會接收到從海面及海域底床的反射聲波。然而在圖 6 中，相對於水槽實驗而言，只顯示出少許反射的聲波訊號，原因為水槽實驗的槽壁效應較實海域強烈所致。圖 7 顯示在 2×10^{-3} s (即 2 ms) 中約有 6 個波形，證實所發射及接收的聲音頻率為 3 kHz。圖 8 所示為當 3 kHz 的聲源位置為 $r_o = 1500$ m 及 $z_o = 2.75$ m 時，二維聲源定位結果。圖 8 中的聲壓值係由(20)式求得，該式 $z_{sum}(t)$ 的單位為 V/m。

表 2 鹽埔漁港外海水中聲源二維定位試驗結果

聲源位置 實際值 (距離, 水深)	聲源位置估算值 (r_{oe}, z_{oe}, d_{o1})			平均 誤差
	3 kHz	4 kHz	5 kHz	
$r_o = 1000$ m	997.9	997.2	1000.6	1.83 m (0.18%)
$z_o = 2.75$ m	2.07	3.43	4.00	0.87 m (3.78%)
d_{o1}	2.21	2.88	1.39	2.16 m (0.22%)
$r_o = 1500$ m	1496.8			3.20 m (0.21%)
$z_o = 2.75$ m	3.50			0.75 m (3.26%)
d_{o1}	3.29			3.29 m (0.22%)

d_{o1} : 實際聲源位置與估算的聲源位置間的距離;

$$d_{o1} = \sqrt{(r_{oe} - r_o)^2 + (z_{oe} - z_o)^2}$$

由圖中可看出利用 TRM 所估算出來的聲源與水聽器陣列間的水平距離 (r_{oe}) 為 1496.8 m，而聲源深度 (z_{oe}) 為 3.50 m。實際聲源位置與估算所得聲源位置間的距離

$$d_{o1} = \sqrt{(r_{oe} - r_o)^2 + (z_{oe} - z_o)^2} = 3.29 \text{ m}$$

表 2 整理出鹽埔漁港外海的二維聲源定位結果。表 2 中的誤差平均值百分比，在 r 軸的參考值取 r_o 的值(1000 m 和 1500 m)， z 軸的參考值取實海域的水深(23 m)做計算。表 2 結果顯示當聲源位置為 $r_o = 1000$ m 及 $z_o = 2.75$ m 時，實際聲源位置與估算所得聲源位置間水平距離的平均誤差為 1.83 m (0.18%)，垂直距離的平均誤差為 0.87 m (3.78%)，而 d_{o1} 的平均誤差為 2.16 m (0.22%)。很明顯的，垂直距離的平均誤差百分比遠大於水平距離的平均誤差百分比，但距離的平均誤差 d_{o1} 只有 2.16 m (0.22%)，表示估算結果的準確度不錯。當 r_o 增加到 1500 m 時，3 kHz 聲源的結果顯示水平距離定位誤差為 3.20 m (0.21%)，深度的誤差為 0.75 m (3.26%)，而 d_{o1} 的誤差為 3.29 m (0.22%)。上述定位結果的特性與水槽實驗中的結果相似，亦即實際聲源位置與估算所得聲源位置間距離的誤差百分比非常小，而垂直距離的誤差百分比相當大。如上節所述，增加陣列上水聽器數量或增加水聽器間的距離，皆會得到較高的聲壓及聚焦增益；因此，可提高垂直方向定位的準確度。表 2 中，當 $r_o = 1500$ m 時，沒有 4 及 5 kHz 的聲源定位結果，原因為在試驗時發生網路通訊中斷，導致收錄到的訊號資料不全而無法分析。

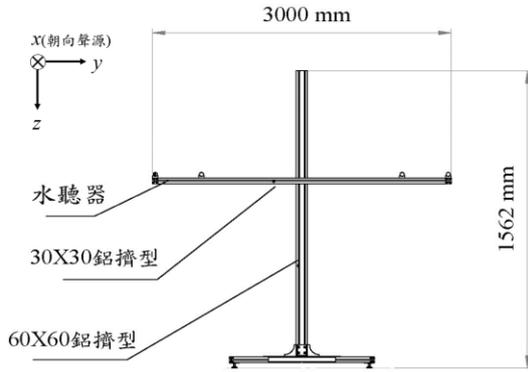


圖 9 十字形水聽器陣列示意圖(水聽器位置可依實驗設計調整)

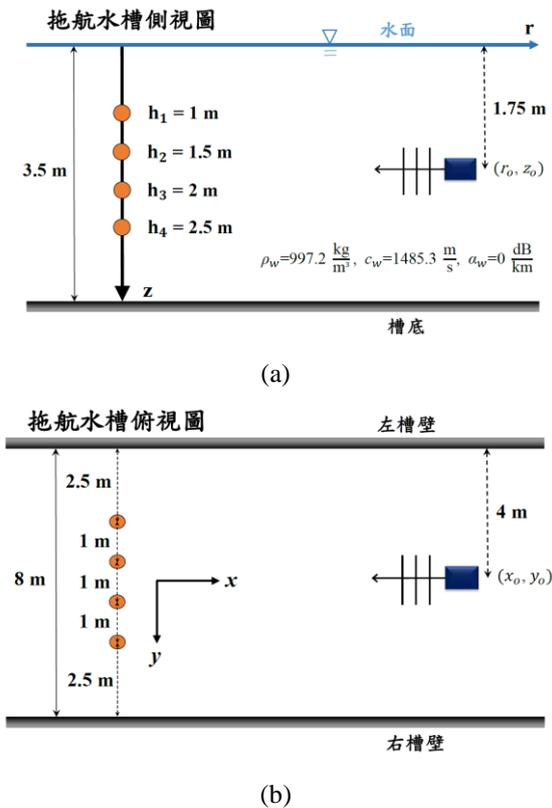


圖 10 實驗配置示意圖；十字形水聽器陣列在水槽中位置的(a)側視圖及(b)俯視圖。本研究實驗測試了兩個不同的聲源位置，其直角座標 (x_o, y_o, z_o) 分別為 $(74.0, 0.0, 1.75)$ 及 $(106.0, 0.0, 1.75)$

相對於拖航水槽水中聲源定位，造成實海域定位誤差的額外因素如下。由於水聽器陣列是固定於浮標上，而浮標會隨著波浪上下浮動，且浮標錨鍊受到海流的影響可能傾斜。上述因素會造成水聽器深度上的誤差。再者，AcTUP 計算聲場

時假設海域底床為一平面，無法顧及聲波受不平整底床影響而造成的散射現象。在上述因素下，當聲源與水聽器陣列距離達到 1500 m 時，實海域水中聲源定位試驗結果顯示實際聲源位置與估算所得聲源位置間的距離為 3.29 m (0.22%)，表示本研究發展的方法可適用於實際海域上的水中聲源定位。

水中聲源三維定位

1. 三維定位方法

本研究利用垂直水聽器陣列接收聲音，水聽器接收到聲音訊號經時間反轉後反向發射，利用此法可得到聲源的二維定位，亦即距離及水深。為了聲源的三維定位(距離-水深-方位)，本研究在原有的垂直水聽器陣列上加掛水平水聽器陣列，形成十字形水聽器陣列，參閱圖 9。藉由將水平陣列上水聽器所接收到的聲音訊號，經時間反轉後反向發射，可得到聲源在水平方向的定位。結合上述兩次二維定位的結果，即可得到聲源所在的三維座標。

三維定位時，本研究設定水聽器十字陣列中心點為直角座標 (x, y, z) 中 (x, y) 的原點 $(0, 0)$ ，垂直陣列方向為 z 軸(自由液面為 $z=0$ ，且朝下為 $+z$)，而水平陣列方向為 y 軸， x 軸則在與 $y-z$ 平面垂直的方向，且朝向聲源的方向為 $+x$ 軸。首先利用二維定位方法得到聲源的距離 r_{oe} 與水深 z_{oe} ，再由水平陣列上水聽器接收到的聲音訊號，計算此訊號經時間反轉後反向發射至 $x-y$ 平面的聲壓場，其中最大聲壓處，設定為聲源在 $x-y$ 平面上的位置 (x_{oe}, y_{oe}) 。由 x_{oe} 及 y_{oe} 可求出 $r_{oe} = \sqrt{x_{oe}^2 + y_{oe}^2}$ 及 $\theta_{oe} = \tan^{-1}(y_{oe}/x_{oe})$ ，亦即聲源的距離與方位。因此，聲源位置的三維座標就可求得；可以直角座標 (x_{oe}, y_{oe}, z_{oe}) 或圓柱座標 $(r_{oe}, \theta_{oe}, z_{oe})$ 表示。由上可知，由水平陣列上水聽器的接收訊號，除了可以求出聲源的方位外，還重複得到聲源與水聽器陣列間的距離。

聲線法目前較少應用到三維聲場的計算，三維直角座標 $(\mathbf{r} = (x, y, z))$ 中聲線方程式可表為 [27]

$$\frac{dx}{ds} = c\xi(s), \quad \frac{d\xi}{ds} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial c}{\partial x} \quad (38)$$

$$\frac{dy}{ds} = c\eta(s), \quad \frac{d\eta}{ds} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial c}{\partial y} \quad (39)$$

$$\frac{dz}{ds} = c\zeta(s), \quad \frac{d\zeta}{ds} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial c}{\partial z} \quad (40)$$

由於(38)式及(39)式與本文之前所提到圓柱座標 (r, z) 中的聲線方程式(29)式及(30)式相較，兩者的型式完全一致。因此，BELLHOP程式不但能用來求得 (r, z) 平面上的聲壓，也可以用來求得 (x, y) 平面上的聲壓。由於在海洋中聲速基本上假設只有隨深度變化， $c = c(z)$ ；由(38)及(39)式可看出，沿著聲線方向 ξ 及 η 皆為定值。

因此，本研究聲源三維定位的步驟可簡述如下：

- (1) 如同二維定位，由垂直陣列上水聽器所接收到的聲音訊號，利用前述聲源二維定位之流程，求出聲源位置的二維圓柱座標 (r_{oe}, z_{oe}) ，參閱圖 10(a)。
- (2) 亦同二維定位方法，使用 MATLAB 在 $x-y$ 平面建立網格，本研究所建立的網格大小在 x 軸與 y 軸上皆為 0.01 m，亦即 $\Delta x = \Delta y = 0.01$ m。
- (3) 利用 BELLHOP 程式，由水平陣列上水聽器所接收到的聲音訊號，計算出 (x, y) 平面的聲場，最大聲壓處，設定為聲源位置 (x_{oe}, y_{oe}) ，參閱圖 10(b)。
- (4) 結合上述結果，即可得到聲源的三維位置的直角座標 (x_{oe}, y_{oe}, z_{oe}) 或圓柱座標 $(r_{oe}, \theta_{oe}, z_{oe})$ 。

2. 拖航水槽水中聲源三維定位實驗

本研究於 2020 年 7 月在國立成功大學系統及船舶機電工程學系拖航水槽進行水中聲源三維定位實驗，實驗配置見圖 10。本研究分別將 4 支水聽器固定於十字形支架的橫向及縱向桿上(圖 9)，水聽器間距在縱向為 50 cm，橫向為 100 cm。十字形支架的橫向桿及縱向桿長度分別為 3000 mm 及 1562 mm。橫向及縱向桿的材質皆為鋁擠型框架，前者尺寸為 30mm×30mm，後者尺寸較大為 60mm×60mm。實驗所使用的音鼓與二維定位實驗相同，皆為 NEPTUNE-TX335，並固定於一鋼架上。發聲頻率亦為 3、4、5、6、7 kHz，每秒發出一筆脈衝訊號 (pulse signal)，持續約 1 分鐘。實驗時將十字形支架放置於水槽橫向面的正中間，藉由調整十字形支架位置，改變聲源與水聽器陣列間的距離。本研究實驗只測試了兩個不同的聲源位置，其 (x_o, y_o, z_o) 座標分別為 (74.0, 0.0, 1.75) 及 (106.0, 0.0, 1.75)，其差別只在於聲源與水聽器陣列間的垂直距離，分別為 74 m 及 106 m。

與二維定位實驗相同，由主電腦操縱訊號擷

取器使水聽器接收水中聲音訊號，取樣頻率為 40 kHz。訊號擷取器會進行類比-數位轉換，經過類比-數位轉換後的訊號由主電腦讀取及儲存。訊號擷取器可進行八通道同步取樣，取樣頻率可達每通道 200 kS/s。收錄資料儲存於電腦之記憶卡內，於實驗結束後，再以時間反轉法演算法進行聲源三維定位分析。

不同聲源頻率及不同的聲源與水聽器陣列的距離下，拖航水槽水中聲源三維定位實驗結果整理在表 3。由表 3 的結果可看出，定位所得聲源與水聽器陣列在 x 軸的距離 (x_{oe}) 與實際距離 (x_o) 差異甚小，在各頻率下的誤差值皆小於 1 m。在 $x_o = 74$ m 時，各頻率下的平均誤差值為 0.60 m；在 $x_o = 106$ m 時，各頻率下的平均誤差值則為 0.43 m。在聲源深度 (z 軸) 的定位上，各頻率下的誤差值皆約小於 1 m。上述 x 軸與 z 軸上的定位結果特性與二維定位的結果特性一致。

在橫向 (y 軸) 定位上，其定位距離誤差也較大。在 $x_o = 74$ m 時，各頻率下的平均誤差為 2.04 m；而在 $x_o = 106$ m 時，各頻率下的平均誤差為 0.90 m。表 3 中，誤差平均值百分比的計算方式如下：在 x 軸的參考值取 x_o 的值 (74 m 或 106 m)，而在 y 及 z 軸，為了方便起見，分別取水槽的寬度 (8 m) 及水槽內的水深 (3.5 m) 當作參考值。此外，方位角的誤差也相當小，二個實驗案例中其值小於 2°。如前所述，孫[49]及陳[50]經由數值模擬研究顯示，增加陣列上水聽器數量或增加水聽器間的間隙皆會得到較高的聲壓及聚焦增益。因此，如果增加垂直陣列上水聽器數量及間隙，可提高垂直定位的準確度。同理，增加水平陣列上水聽器數量及間隙，可提高橫向定位的準確度。

如前所述，本研究聲源三維定位方法中，先利用水聽器垂直陣列求得聲源在 (r, z) 平面上的座標，即 (r_{oe}, z_{oe}) 。接著，利用水聽器水平陣列求得聲源在 $x-y$ 平面上的座標，即 (x_{oe}, y_{oe}) 。綜合上述結果，可得到聲源三維位置的直角座標 (x_{oe}, y_{oe}, z_{oe}) ，如表 3 所列；或圓柱座標 $(r_{oe}, \theta_{oe}, z_{oe})$ 。由上述結果可看出第一次定位已有 r_{oe} 的值，而由第二次定位結果的 (x_{oe}, y_{oe}) 也可求得 $r_{oe} = \sqrt{x_{oe}^2 + y_{oe}^2}$ ；本文中前者稱為 r_{oe1} ，後者稱為 r_{oe2} 。表 4 比較上述 r_{oe1} 與 r_{oe2} 值的差異。由表 4 可看出兩者的值非常接近，由此可進一步驗證本研究提出聲源三維定位方法的合理性與準確性。

結 論

表 3 拖航水槽水中聲源三維定位實驗結果

聲源實際位置 (x_o, y_o, z_o)	聲源位置估計值 ($x_{oe}, y_{oe}, z_{oe}, \theta_{oe}$)					誤差平均值
	3 kHz	4 kHz	5 kHz	6 kHz	7 kHz	
$x_o = 74\text{m}$	73.00	74.88	74.21	74.82	73.92	0.60 m (0.81%)
$y_o = 0\text{m}$	-1.45	-2.50	3.11	0.35	2.78	2.04 m (25.48%)
$z_o = 1.75\text{m}$	1.89	2.05	0.86	1.06	0.71	0.61 m (17.49%)
$\theta_o = 0^\circ$	-1.14	-1.91	2.40	0.27	2.15	1.57°
d_{o1} (m)	1.77	2.67	3.24	1.13	2.97	2.36 m
$x_o = 106\text{m}$	106.94	106.26	105.52	105.76	106.25	0.43 m (0.41%)
$y_o = 0\text{m}$	2.97	0.50	-0.80	-0.08	0.14	0.90 m (11.23%)
$z_o = 1.75\text{m}$	1.43	2.18	0.90	1.05	1.06	0.60 m (17.09%)
$\theta_o = 0^\circ$	1.59	0.27	-0.43	-0.04	0.08	0.48°
d_{o1} (m)	3.13	0.71	1.26	0.74	0.75	1.32 m

(x_o, y_o, z_o): 實際聲源位置; (x_{oe}, y_{oe}, z_{oe}): 估算聲源位置; d_{o1} : (x_o, y_o, z_o) 與 (x_{oe}, y_{oe}, z_{oe}) 之距離

表 4 分別由垂直及水平水聽器陣列所得聲源 r 方向位置估計值的比較

r 方向 估計值	聲源頻率					誤差平均值
	3 kHz	4 kHz	5 kHz	6 kHz	7 kHz	
$r_o = 74\text{m}$						
r_{oe1} (m)	73.69	73.13	74.74	73.23	74.26	0.59 m (0.80%)
r_{oe2} (m)	73.01	74.92	74.28	74.82	73.97	0.61 m (0.82%)
$r_o = 106\text{m}$						
r_{oe1} (m)	105.16	106.96	105.23	106.27	105.33	0.70 m (0.66%)
r_{oe2} (m)	106.98	106.26	105.52	105.76	106.25	0.44 m (0.42%)

r_{oe1} : 由垂直陣列定位得到之 r_{oe} 值; r_{oe2} : 由水平陣列定位得到之 r_{oe} 值; $r_{oe2} = \sqrt{x_{oe}^2 + y_{oe}^2}$

本研究應用被動時反法與聲線法建立水中聲源二維及三維定位的方法。首先，本研究提出如何藉由垂直水聽器陣列收錄到的聲音訊號，應用上述方法進行聲源二維定位的詳細流程；並在拖航水槽及屏東縣鹽埔漁港外海進行聲源二維定位的實驗。實海域試驗結果顯示當聲源與水聽器陣列距離(r_o)為 1000 m 時，不同頻率聲源所得定位平均誤差為 1.83 m (0.18%)；而當距離增加到 1500 m 時，定位平均誤差為 3.20 m (0.21%)，表示聲源

距離的定位誤差相當小。相對的，聲源深度(z_o)的定位誤差則較大。當 $r_o = 1000\text{m}$ 、 $z_o = 2.75\text{m}$ 時，深度定位平均誤差為 0.87 m (3.78%)；當 $r_o = 1500\text{m}$ 、 $z_o = 2.75\text{m}$ 時，深度定位平均誤差為 0.75 m (3.26%)。

此外，基於上述方法本研究也提出聲源三維定位方法。三維定位時，於垂直水聽器陣列上再設置水平水聽器陣列，形成一座十字形的水聽器陣列。先由垂直陣列上水聽器所接收到的聲音訊

號，求出聲源位置的二維圓柱座標 (r_{oe}, z_{oe}) 。再由水平陣列上水聽器所接收到的聲音訊號，得到 (x, y) 平面上的聲源位置 (x_{oe}, y_{oe}) 。由此，可得到聲源位置的三維座標。

拖航水槽水中聲源三維定位實驗結果顯示，當聲源與十字形陣列距離 (x_o) 為 74 m 時，不同頻率聲源所得定位平均誤差為 0.60 m (0.81%)；而當距離增加到 106 m 時，定位平均誤差為 0.43 m (0.41%)，表示聲源距離的定位誤差相當小。在橫向 (y_o) 及深度 (z_o) 定位誤差方面，與二維深度定位結果相似，誤差較大。當聲源位置的直角坐標 (x_o, y_o, z_o) 為(74, 0, 1.75)時，不同頻率聲源所得橫向及深度定位平均誤差分別為 2.04 m (25.48%)及 0.61 m (17.49%)。當距離增加到 106 m 時，橫向及深度定位平均誤差分別為 0.90 m (11.23%)及 0.60 m (17.09%)。

上述結果證實本研究所建立的水中聲源三維定位方法的可行性及準確性，後續可於實海域中進一步測試其實用性。

為了進一步測試本研究方法在追蹤移動聲源的適用性，可以將實驗中的固定聲源，改為移動的聲源。本研究方法中，使用 MATLAB 在所選計算域中建立網格，並用 AcTUP 的 BELLHOP 及 BOUNCE 程式求得該計算域的聲壓場 $p(s, n)$ 。因此，如果減少網格數，將可減少定位時的計算量，加快定位速度。經由不斷地定位出聲源的位置，便可追蹤移動音源之軌跡；至於網格大小與定位的準確度間的關係仍待後續的研究。

致 謝

本文為科技部專題研究計畫編號 MOST 107-2623-E-006-003-D、108-2623-E-006-006-D 及 109-2623-E-006-001-D 之研究成果，在此致謝。本研究進行拖航水槽實驗及實海域聲源定位實驗時，承蒙國立成功大學系統與船舶機電工程學系及近海水文中心同仁大力協助，使得本研究得以順利完成，也在此致謝。

參考文獻

1. Carter, G.C., "Passive ranging errors due to receiving hydrophone position uncertainty," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 65, pp. 528-530 (1979).
2. Ferguson, B.G. and K.W. Lo, "Passive ranging errors due to multipath distortion of deterministic transient signals with application to the localization of small arms fire," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 111, pp. 118-128 (2002).
3. Wu, S.F. and N. Zhu, "Locating arbitrarily time-dependent sound sources in three dimensional space in real time," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 128, pp. 728-739 (2010).
4. Van Veen, B.D. and K.M. Buckley, "Beamforming: A versatile approach to spatial filtering," *IEEE ASSP Mag.*, Vol. 5, pp. 4-24 (1988).
5. Feng, Y., G. Liao, J. Xu, S. Zhu, and C. Zeng, "Robust adaptive beamforming against large steering vector mismatch using multiple uncertainty sets," *Signal Process.*, Vol. 152, pp. 320-330 (2018).
6. Valencia-Palma, A. and D.M. Córdova-Esparza, "Sound source localization using beamforming and its representation in a mixed reality embedded device," In: *Pattern Recognition*, edited by J. Carrasco-Ochoa, J. Martínez-Trinidad, J. Olvera-López, and J. Salas, Lecture Notes in Computer Science, 11524. Springer, Cham, Switzerland (2019).
7. Ferguson, B.G., "Improved time-delay estimates of underwater acoustic signals using beamforming and pre-filtering techniques," *IEEE J. Oceanic Eng.*, Vol. 14, pp. 238-244 (1989).
8. Zel'dovich, B.Y., N.F. Pilipetsky, and V.V. Shkunov, *Principles of Phase Conjugation*, Springer-Verlag, Berlin (1985).
9. Fisher, F.H. and V.P. Simmons, "Sound absorption in sea water" *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 62, pp. 558-564 (1977).
10. Jackson, D.R. and D.R. Dowling, "Phase conjugation in underwater acoustics," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 89, pp. 171-181 (1991).
11. Fink, M., C. Prada, F. Wu, and D. Cassereau, "Self focusing in inhomogeneous media with time reversal acoustic mirrors," *Proc. IEEE Ultrasonics Symp.*, Vol. 2, pp. 681-686 (1989).
12. Prada, C., F. Wu, and M. Fink, "The iterative time reversal mirror: A solution to self-focusing in the pulse echo mode," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 90, pp. 1119-1129 (1991).
13. Dowling, D.R. and H.C. Song, "Acoustic time reversal in the Ocean," In *Sounds in the Sea: From Ocean Acoustics to Acoustical Oceanography*, edited by H. Medwin and Colleagues, Chapter 19, Cambridge Uni-

- versity Press, New York, NY, USA (2005).
14. Parvulescu, A. and C.S. Clay, "Reproducibility of signal transmissions in the ocean," *Radio Electron. Eng.*, Vol. 29, pp. 223-228 (1965).
 15. Parvulescu, A., "Matched-signal processing by the ocean," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 98, pp. 943-960 (1995).
 16. Kuperman, W.A., W.S. Hodgkiss, H.C. Song, T. Akal, C. Ferla, and D.R. Jackson, "Phase conjugation in the ocean: Experimental demonstration of an acoustic time-reversal mirror," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 103, pp. 25-40 (1998).
 17. Song, H.C., W.A. Kuperman, and W.S. Hodgkiss, "A time-reversal mirror with variable range focusing," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 103, pp. 3234-3240 (1998).
 18. Kim, S., G.F. Edelmann, W.A. Kuperman, W.S. Hodgkiss, H.C. Song, and T. Akal, "Spatial resolution of time-reversal arrays in shallow water," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 110, pp. 820-829 (2001).
 19. Walker, S.C., P. Roux, and W.A. Kuperman, "Synchronized time-reversal focusing with application to remote imaging from a distant virtual source array," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 125, pp. 3828-3834 (2009).
 20. Zhang, T.W., K.D. Yang, and Y.L. Ma, "Matched-field localization using a virtual time-reversal processing method in shallow water," *Chinese Sci. Bull.*, Vol. 56, pp. 743-748 (2011).
 21. Yu, Z.B., H.F. Zhao, X.Y. Gong, N.R. Chapman, "Time-reversal mirror-virtual source array method for acoustic imaging of proud and buried targets," *IEEE J. Oceanic Eng.*, Vol. 41, pp. 382-394 (2016).
 22. Byun, G., H. Song, and J. Kim, "Virtual source array-based multiple time-reversal focusing," *Appl. Sci.*, Vol. 8, 99 (2018).
 23. Kuperman, W.A. and D.R. Jackson, "Ocean acoustics, matched-field processing and phase conjugation," In *Imaging of Complex Media with Acoustic and Seismic Waves*, edited by M. Fink, W.A. Kuperman, J.-P. Montagner, and A. Tourin, pp. 43-97, Springer-Verlag, Berlin, Germany (2002)
 24. Zhang, T.W., K.D. Yang, and Y.L. Ma, "The focusing performance with a horizontal time-reversal array at different depths in shallow water," *Chinese Phys. B*, Vol. 19, 124301 (2010).
 25. Collins, M.D., "A split-step Padé solution for parabolic equation method," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 93, pp. 1736-1742 (1993).
 26. Collins, M.D., "Generalization of the split-step Padé solution," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 96, pp. 382-385 (1994).
 27. Jensen, F.B., W.A. Kuperman, M.B. Porter, and H. Schmidt, *Computational Ocean Acoustics*, Springer, New York, NY, USA (2011).
 28. Ginras, D.F. and P. Gerstodt, "Inversion for geometric and geoacoustic parameters in shallow water: Experimental results," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 97, pp. 3589-3598 (1995).
 29. Gerstodt, P. and D.F. Ginras, "Parameter estimation using multifrequency range-dependent acoustic data in shallow water," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 99, pp. 2839-2850 (1996).
 30. Jing, H., H. Wang, Z. Liu, and X. Shen, "DOA estimation for underwater target by active detection on virtual time reversal using a uniform linear array," *Sensors*, Vol. 18, 2458 (2018).
 31. Porter, M.B., *The BELLHOP Manual and User's Guide: Preliminary Draft*, Heat, Light, and Sound Research, Inc., La Jolla, CA, USA (2011).
 32. Maggi, A.L. and A.J. Duncan, *AcTUP v2.21 (Acoustic Toolbox User-interface & Post-Processor) Installation & User Guide*, Centre for Marine Science & Technology, Curtin University of Technology (2006).
 33. Duncan, A.J. and A.L. Maggi, "A consistent, user friendly interface for running a variety of underwater acoustic propagation codes," *Proc. 1st Australasian Acoustical Societies' Conf.*, pp. 471-477, Christchurch, New Zealand (2006).
 34. Isbitiren, G. and O.B. Akan, "Three-dimensional underwater target tracking with acoustic sensor networks," *IEEE Trans. Vehicular Technol.*, Vol. 60, pp. 3897-3906 (2011).
 35. Dehnavi, S.M., M. Ayati, and M.R. Zakerzadeh, "Three dimensional target tracking via underwater acoustic wireless sensor network," *2017 Artificial Intelligence and Robotics (IRANOPEN)*, pp. 153-157 (2017).
 36. Stotts, S.A., R.A. Koch, S.M. Joshi, V.T. Nguyen, V.W. Ferreri, and D.P. Knobles, "Geoacoustic inversions of horizontal and vertical line array acoustic data from a surface ship source of opportunity," *IEEE J. Oceanic Eng.*, Vol. 35, pp. 79-102 (2010).

37. Liu, B., X. Tang, R. Tharmarasa, T. Kirubarajan, R. Jassemi, and S. Hallé, "Underwater target tracking in uncertain multipath ocean environments," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Vol. 56, pp. 4899-4915 (2020).
38. Matthews, J.E., "Geoacoustics of the shallow-water Arctic," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 82, S6 (1987).
39. Sukhovich, A., P. Roux, and M. Wathelet, "Geoacoustic inversion with two source-receiver arrays in shallow water," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 128, pp. 702-710 (2010).
40. Bavu, E. and A. Berry, "High-resolution imaging of sound sources in free field using a numerical time-reversal sink," *Acta Acust. United Acust.*, Vol. 95, pp. 595-606 (2009).
41. McDonald, V., M.B. Klausen, S.G. Briest, D.C. Davison, W.H. Marn, J.R. Olson, P. Hursky, and M.B. Porter, "Real-time implementation of a matched-field tracker in an autonomous submerged target trip-wire system," *Biennial Review*, pp. 156-161, SSC San Diego, CA, USA (2003).
42. Bucker, H., "Matched-field tracking in shallow water," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 96, pp. 3809-3811 (1999).
43. Bucker, H. and P.A. Baxley, "Automatic matched-field tracking with table lookup," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 106, pp. 3226-3230 (1999).
44. Kao, C.C., K.C. Jao, D.J. Doong, H.L. Chen, and C.L. Kuo, "Buoy and radar observation network around Taiwan," *Proc. IEEE OCEANS 2006 - Asia Pacific*, pp. 1-7, Singapore (2006).
45. Lin, Y.P., C.J. Huang, S.H. Chen, D.J. Doong, and C.C. Kao, "Development of a GNSS buoy for monitoring water surface elevations in estuaries and coastal areas," *Sensors*, Vol. 17, 172 (2017).
46. Červený, V., *Seismic Ray Theory*, Cambridge University Press, New York, NY, USA (2001).
47. Porter, M.B. and Y.C. Liu, "Finite-element ray tracing," *J. Theor. Comput. Acoust.*, Vol. 2, pp. 947-956 (1994).
48. Porter, M.B., *The KRAKEN Normal Mode Program*, Saclant Undersea Research Centre (2001).
49. 孫琳, "淺水環境中時反鏡聚焦性能的研究", 碩士論文, 哈爾濱工程大學, 中國黑龍江省哈爾濱市 (2007)。
50. 陳羽, "被動時反定位技術研究", 碩士論文, 國防科技技術大學, 中國湖南省長沙市 (2010)。
51. Medwin, H. and C.S. Clay, *Fundamentals of Acoustical Oceanography*, Academic Press, San Diego, CA, USA (1998).
52. Millero, F.J. and A. Poisson, "International one-atmosphere equation of state of seawater," *Deep-Sea Res. I: Oceanogr. Res. Pap.*, Vol. 28, pp. 625-629 (1981).
53. 林勝豐、湛翔智、方銀營、陳琪芳、戴仁華, "臺灣西部海域的水下音傳特性與背景噪音模擬分析", 第 33 屆海洋工程研討會論文集, pp. 787-792 頁, 國立高雄海洋科技大學, 台灣高雄(2011)。
54. 邱永盛、薛憲文、林俊宏、羅建育、謝明謀、唐鼎鈞、林雅雯, "離岸風機基礎土層穩定性檢監測技術研發及港區應用調查", *港灣季刊*, 第 114 期, pp. 32-49 (2019)。

2-D AND 3-D LOCALIZATION OF UNDERWATER SOUND SOURCE BY USING PASSIVE TIME REVERSAL MIRROR AND RAY METHOD

K.-W. Liu* C.-J. Huang* G.-P. Too** Z.-Y. Shen* S.-H. Wang** Y.-D. Sun***

* Department of Hydraulic and Ocean Engineering, National Cheng Kung University

** Department of Systems and Naval Mechatronic Engineering, National Cheng Kung University

*** Naval Meteorological and Oceanographic Office, R.O.C.

Keywords: Time Reversal Mirror, Acoustic Ray Method, Underwater Sound Source Localization, Cross-shaped Hydrophone Array, Towing Tank Experiment, Field Test

ABSTRACT

This study proposes techniques for the 2-D and 3-D localizations of underwater sound source based on passive time reversal method (TRM) and acoustic ray method. For the 2-D localization, a vertical array with four hydrophones was used to collect the sound signals emitted from a sound source. The ray-tracing code BELLHOP was then used to determine the acoustic pressure field generated by the time-reversed signals received by the hydrophones. Based on the retrofocus characteristic of the TRM, the location with the maximum pressure is the location of the sound source. The localization based on the BELLHOP code is limited to the 2-D position of the source, namely the distance and depth, without the bearing. Laboratory experiments performed in a towing tank and field tests conducted in the offshore region off Yanpu Harbor, Pingtung, revealed that the estimated source location is close to the actual one. For the 3-D localization, a cross-shaped hydrophone array consisting of a vertical array and a horizontal array was used to collect sound signals. Because the 3-D ray equations in the (x, y) plane of the Cartesian coordinates have the same form as the 2-D ray equation in the (r, z) plane of the cylindrical polar coordinates, after the 2-D position (r_{oe}, z_{oe}) of the source has been determined from the signals collected by the vertical hydrophones, the BELLHOP code was used to determine the pressure field in the (x, y) plane from the signals collected by the horizontal hydrophones, and the position with maximum pressure is set as the location of the source, (x_{oe}, y_{oe}) . Thus, the 3-D location of the source (x_{oe}, y_{oe}, z_{oe}) was obtained. Experiments conducted in a towing tank revealed that the estimated 3-D source location was close to the actual 3-D source location.

(Manuscript received May 25, 2022,
Accepted for publication Jun, 20, 2022)