

異常波浪發生機率預測研究

曾菱璇¹ 董東璟² 高家俊³ 蔡政翰⁴

¹ 國立台灣海洋大學海洋環境資訊學系助理

² 國立台灣海洋大學海洋環境資訊學系副教授

³ 國立成功大學水利及海洋工程學系教授

⁴ 國立台灣海洋大學海洋環境資訊學系教授

摘要

異常波浪係近年熱門的議題之一，主要原因在於它的不可預測性及發生機制之不確定性。異常波浪屬於極端波浪的一種，由於對其了解仍然有限，因此定率的預測尚不可行，然而序率之討論則是目前可行的方法，因此本文引用了前人所提出之異常波浪發生機率理論，根據該理論可以得知異常波浪的發生機率和觀測的波浪個數以及水位峰度相關，且在非線性的條件下，異常波浪的發生機率能達線性理論下的四倍以上。本文希望藉由實測資料對理論之驗證能增進對此理論之了解，因此本文利用了連續且長期觀測於基隆碧砂漁港之波高資料進行理論之驗證，並發現部分偏差的存在，本文認為進一步的修正有其必要性。本文主要利用實測資料進行波高與水位均方根值比之修正，同時也利用了實測資料驗證，驗證結果顯示修正後理論式與實測資料計算出的發生機率更為接近，因此認為此修正式能提供更加之機率估算結果，期望能提供將來在異常波浪機率預測上更準確的結果。

關鍵詞：異常波浪、發生機率、非線性波場

Study of prediction of occurrence probability of freak wave

Leng-Hsuan Tseng Dong-Jiing Doong* Chia Chuen Kao Cheng-Han Tsai

* Associate Professor, Department of Marine Environmental Informatics, National Taiwan Ocean University

ABSTRACT

Freak wave has become one of the most popular issues these years mostly because of its unpredictable and uncertainty of its mechanism. It is also one kind of extreme waves and its nonlinearity was considered to affect the statistical characteristic of surface wave and then make the probability distribution of wave height different from linear theory result. Since the mechanism is still unclear, only stochastic method for estimate occurrence probability of freak wave is workable. This study tried to use field measurement data for theory validation and modification and figure out better estimation method for freak wave probability. The result indicates that the modified former fits better with field data than the original one, which may provide more accurate results.

Keywords: Freak wave; Occurrence probability; Nonlinear wave field

一、前言

異常波浪可能會導致船難的發生以及危害海岸遊憩人員的生命及財產安全，因此關於異常波浪之

相關議題逐漸備受重視。異常波浪一般被定義為波高大於示性波高兩倍之波浪，其特性是突然隨機得出現於海中，關於異常波浪的發生機制目前已被許多學者進行相關之研究，然而其確切之發生機制至

今仍不明確，因此對於異常波浪進行定率預測並不可行。

異常波浪的發生機制被認為可能是以下幾種原因，分別是線性疊加、波流交互作用、群波效性、能量聚集以及非線性調制不穩定性等，其中非線性調制不穩定性又被稱為 Benjamin-Fair Instability，由 Janssen (2003) 提出來，更是被認為是異常波浪發生的主要機制之一。

由於過去較難獲得實測資料，因此大部分之研究多用數值模擬或水槽實驗進行，然而現今隨著科技之發展，實測資料的取得變得容易，更多異常波浪的相關研究也採用了實測資料之分析進行，而大部分之研究多著重於發生機率之探討。前人也發展了關於異常波浪發生機制推算之相關理論，且由於實際海面變化並非全然為線性，而非線性之特性會使的波浪的統計特性與線性理論之結果有所偏差，因此非線性波浪之特性則須被列入考慮。

本研究採用目前可行之序率的方式進行異常波浪發生機率的探討，研究方法為引用前人之理論，並利用本研究的實測資料對其理論進行驗證以及修正，目的在於期望能獲得更佳之估算結果，以助於將來對於異常波浪機率預測之相關研究。

二、理論分析

基於線性理論，波高之機率分布一般被認為符合雷禮分布，然而實際海洋並非全然符合線性理論，且由於異常波浪之非線性特性，波浪的非線性理論勢必是需要被列入考慮的。Longuet-Higgins (1963) 提出在窄譜條件下之水位聯合機率密度函數，其中 η' 和 ζ' 均為除以 η_{rms} 的無因次化水位。

$$\begin{aligned} p(\eta', \zeta') &= \frac{1}{2\pi} \exp\left[-\frac{1}{2}(\eta'^2 + \zeta'^2)\right] \left[1 \right. \\ &+ \frac{1}{3!} \sum_{n=0}^3 \frac{3!}{(3-n)! n!} \kappa_{(3-n)n} H_{3-n}(\eta') H_n(\zeta') \quad (1) \\ &\left. + \frac{1}{4!} \sum_{n=0}^4 \frac{4!}{(4-n)! n!} \kappa_{(4-n)n} H_{4-n}(\eta') H_n(\zeta') \right] \end{aligned}$$

而透過 $p(R, \phi) = Rp(\eta', \zeta')$ 的關係式，可以得知波浪振幅以及相位角之聯合機率密度函數，進而推

得振幅之機率密度函數，且由於窄譜之假設波高可被視為兩倍振幅，因此 Mori and Janssen (2006) 提出波高分佈可以修改成如下：

$$p(H) = \frac{1}{4} H e^{-(1/8)H^2} [1 + \kappa_{40} A_H(H)] \quad (2)$$

$$A_H(H) = \frac{1}{384} (H^4 - 32H^2 + 128) \quad (3)$$

H 為對水位均方根進行無因次化之波高， κ_{40} 為水位變化之超越峰度，當線性時該值為 0，即峰度係數 μ_4 減 3。而知道波浪之波高分佈，其超越機率則可利用對其機率密度函數積分之方式得到，表示波高超越某波高標準值以上之機率。

$$P(H) = e^{-(1/8)H^2} [1 + \kappa_{40} B_H(H)] \quad (4)$$

$$B_H(H) = \frac{1}{384} H^2 (H^2 - 16) \quad (5)$$

由於異常波浪必為一筆觀測中之最大值，因此在此考慮最大波高之機率分布以提供進一步異常波浪發生機率之探討。最大波高之機率分布可以根據 Goñda (2010) 提及之關係式求得，其機率分布與波高之機率密度函數和超越機率相關(即式(2)及式(4))，表示該筆觀測中唯一一個最大波高 H_{max} 之發生機率。

$$p_m(H_{max}) = N[1 - P(H_{max})]^{N-1} p(H_{max}) \quad (6)$$

其中 N 為所觀測到之波浪個數，而為了簡化計算，因此在波浪個數足夠大的假設下可以採用以下簡化式，並得知最大波高之機率密度函數 $p_m(H_{max})$ 和超越機率 $P_m(H_{max})$ 。

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (1 - P(H_{max}))^N \simeq \exp[-NP(H_{max})] \quad (7)$$

$$\begin{aligned} p_m(H_{max}) &= \frac{N}{4} H_{max} e^{-\left(\frac{H_{max}^2}{8}\right)} \left[1 \right. \\ &+ \kappa_{40} A_H(H_{max}) \exp\left\{-N e^{-\left(\frac{H_{max}^2}{8}\right)} \left[1 \right. \right. \\ &\left. \left. + \kappa_{40} B_H(H_{max}) \right] \right\} \quad (8) \end{aligned}$$

$$P_m(H_{max}) = 1 - \exp\left\{-N e^{-\left(\frac{H_{max}^2}{8}\right)} \left[1 + \kappa_{40} B_H(H_{max}) \right] \right\} \quad (9)$$

並根據本文的異常波浪定義，波高大於示性波高兩倍之條件，其中示性波高可被視為 4 倍水位均方根值，因此由此可以推得異常波浪之發生機率係為波浪的個數及水位峰度係數之函數。

$$P_{freak} = 1 - \exp[-N \cdot e^{-8(1 + 8\kappa_{40})}] \quad (10)$$

所計算出之異常波浪發生機率代表著在多次觀測中其中一觀測出現異常波浪之機率。

三、理論驗證及修正

從前節可以得知異常波浪之發生機率與觀測之波浪個數相關，而觀測長度會影響波浪之個數，因此觀測長度會影響其發生機率；此外異常波浪之判定須從水位時序列著手，大多以零下切法分割水位時序列成個別波，再根據定義找出異常波浪，所以若能採用直接觀測水位變化之資料便能減少因為資料轉換所造成之誤差，特此本研究選定於基隆碧砂漁港外海所觀測之長期連續超音波波高計資料。本文採用之資料期間從 1999 年到 2003 年，共七筆觀測資料(如表 1)，其中最長之連續觀測為 59 天，最短亦達 34 天，而觀測間之資料缺值本研究定義不得大於一天以確保資料之連續性。

表 1 各峰度群組之機率修正係數與修正前後之均方根誤差

Data set	Data period	Duration (days)	Maximum wave height (m)
I	1999/07/16 – 08/27	43	3.19
II	2000/07/18 – 08/30	43	6.47
III	2000/09/01 – 10/29	59	9.35
IV	2001/06/07 – 07/23	46	4.53
V	2002/07/27 – 09/10	45	8.56
VI	2002/10/30 – 12/07	38	6.72
VII	2003/06/15 – 07/19	34	3.58
all	1999-2003	303	9.35

3.1 驗證結果

為了瞭解該理論式之估算結果與實際海洋波浪計算結果之符合程度，本文利用了前三組之實測資料與該理論進行比較。根據不同之峰度係數進行分組，由於計算式之限制(機率必大於零)，峰度係數

必須大於 2.875，且本文實測資料之峰度值鮮少大於 3.6，因此分組時取用峰度值從 2.9 至 3.6 之範圍。

分別計算異常波浪之發生機率與波浪個數之關係並與理論估算結果比較。圖 1 中橫軸為波浪的個數，縱軸為異常波浪之發生機率，上下圖分別為當峰度值為 3.1 與 3.5 之條件下發生機率計算結果。比較結果顯示實測資料與理論估算值有相似之趨勢，如當峰度為 3.1 時符合則相當良好，然而當非線性條件較強時仍然存在部分偏差，以峰度係數 3.5 為例，從圖 1 可以得知理論式所估算之機率較實測結果偏小，進而計算各分組之均方根誤差(表 2 末欄)發現，在異常波浪發生較多之峰度範圍內(峰度為 3.0 到 3.6)其平均均方根誤差為 22.4%，因此本文認為理論式之修正有其必要性。

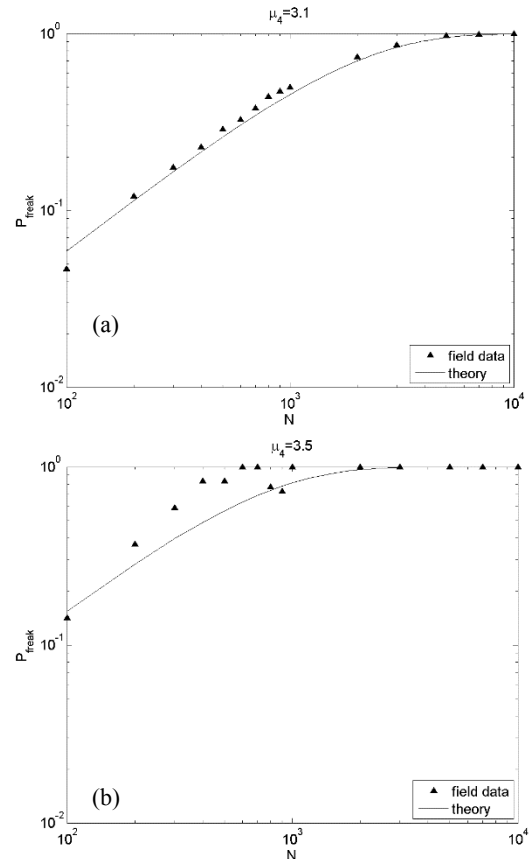


圖 1 理論式與前三組實測資料異常波浪發生機率之偏差 (a)峰度 3.1 (b)峰度 3.5

3.2 理論式之修正

本研究認為主要可能造成偏差之原因為示性波高與水位均方根之比值，該比值被證實與峰度相關

(Mori, 2004), 因此本研究針對該比值提出一機率修正係數 α , $\alpha = H_{\max} / H_{\text{freak}} = 2 * H_s / \eta_{rms}$, 為示性波高與水位均方根之比值的兩倍, 亦即符合異常波浪之定義。並根據實測資料之計算結果利用迴歸分析找出最符合之機率修正係數列於表 2 第二欄。

圖 2 為 α 值與峰度之關係圖, 在線性條件下該係數為一定值 8(藍線), 而根據 Mori (2004) 所提出之經驗函數, 如圖中綠色所示, 本研究發現與本文之實測資料結果(圓圈)並不相符, 因此本文採用與 Mori(2004)相似之二次迴歸式(圖中黃線)找出 α 值與峰度之關係式如下:

$$\alpha = -1.5564\mu_4^2 + 10.0315\mu_4 - 8.315 \quad (11)$$

若將此式帶回式(9)即可得到修正後之異常波浪發生機率估算式。同樣計算各組之均方根誤差與修正前之結果比較, 結果顯示如表 2, 從表中可以得知修正後之式子其估算值與實測結果的誤差大多明顯較小。

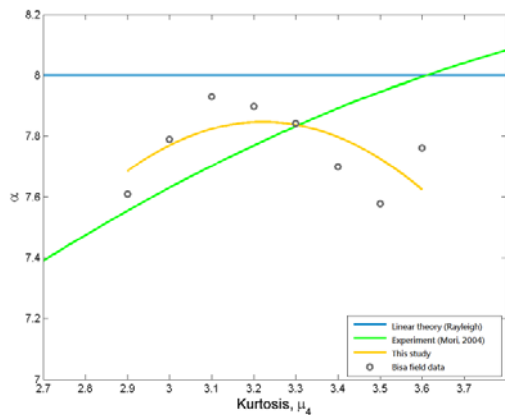


圖 2 機率修正係數 α 與峰度係數之關係

表 2 各峰度群組之機率修正係數 α 與修正前後之均方根誤差

Kurtosis	α	RMSE [%]	RMSE _{origin} [%]
$\mu_4=2.9$	7.61	20.7	259.4
$\mu_4=3.0$	7.79	11.2	31.8
$\mu_4=3.1$	7.93	8.0	9.4
$\mu_4=3.2$	7.90	11.6	12.3
$\mu_4=3.3$	7.84	12.3	14.6
$\mu_4=3.4$	7.70	11.9	23.1
$\mu_4=3.5$	7.58	16.9	33.1
$\mu_4=3.6$	7.76	21.9	32.7

3.3 修正式之驗證

根據實測資料, 本研究提出了一修正原理論式之修正式, 為了瞭解修正後之理論式的準確性, 本研究利用另外四組之觀測資料對修正後理論式進行驗證。驗證方式同上, 分別計算出各峰度分組下發生機率與波浪個數之關係, 並將驗證結果繪於圖 3, 以不同顏色區分不同之峰度係數, 而實線為原理論式之估算值, 虛線為修正後理論式之結果, 符號則代表實測資料之計算結果, 由圖可以明顯判定修正後理論式有較佳之符合結果。從均方根誤差的比較來看(表 3), 除了當峰度為 2.9 時有較明顯之誤差外, 其餘符合之結果相當良好, 最大之均方根誤差不大於 22%, 而分別計算其均方根誤差則發現修正前後之平均均方根誤差從原始的 49.1% 降至 18.6%, 有明顯進步, 也顯示了修正後之理論式更適合用於異常波浪發生機率之估算。

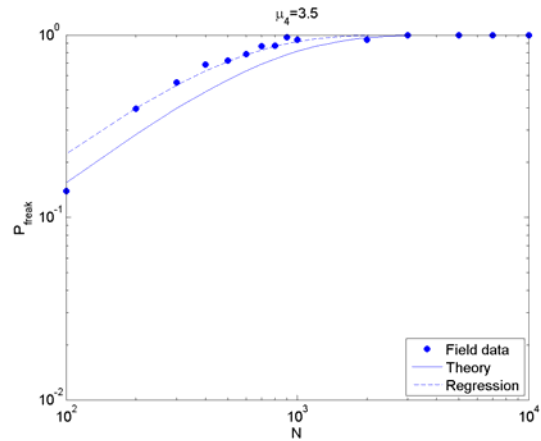


圖 3 修正前後理論式與後四組實測資料之異常波浪發生機率比較圖 (以峰度 3.5 為例)

表 3 修正後理論式驗證結果

Kurtosis	RMSE [%]	RMSE _{original} [%]
$\mu_4=2.9$	38.0	265.2
$\mu_4=3.0$	17.5	27.1
$\mu_4=3.1$	21.2	11.0
$\mu_4=3.2$	19.4	10.5
$\mu_4=3.3$	18.1	14.5
$\mu_4=3.4$	11.1	18.2
$\mu_4=3.5$	10.4	23.1
$\mu_4=3.6$	13.1	23.5
Average	18.6	49.1

四、結論

異常波浪的發生機率若能被預測勢必對於海上航行安全有一定程度之幫助，因此關於異常波浪發生機率之相關研究逐漸增加，許多學者亦提出相關之機率估算理論式。本研究針對 Mori and Janssen (2006)提出之異常波浪發生機率估算式以連續且長期觀測之實測資料進行驗證，驗證結果發現了理論與實測資料計算之發生機率有部分偏差的存在，因此認為有必要對此進行修正。本研究提出了機率估算係數 α ，該係數為符合異常波浪條件時之波高與水位均方根值之比值，當線性時該係數為 8。根據前人研究之結論認為該係數與峰度有關，從實測資料所算出之發生機率和峰度之關係，本文利用迴歸分析找出其關係式如式(11)。

由式(11)可以得到修正後之異常波浪發生機率估算式，修正後之理論式同樣也利用另外四組實測資料進行發生機率之驗證，結果顯示修正後之理論式的異常波浪發生機率估算結果與實測計算之結果符合的程度較佳，利用均方根誤差探討其符合程度可以得知平均均方根誤差從原本的 49.1%降至 18.6%，有明顯的進步，因此本文認為此修正後之理論式更適用於台灣東北角之異常波浪發生機率估算，藉此希望提供未來於異常波浪機率預測更準確之參考。

謝誌

本研究承蒙國科會 (NSC 101 - 2628 - E - 019 - 002 - MY3)與中央氣象局資助，始得以完成，所有作者特此表達最大謝意。

參考文獻

1. Goda, Y. (2010) "Random seas and design of maritime structures", 3rd ed. *World Scientific*, New Jersey.
2. Janssen, P.A.E.M. (2003) "Nonlinear four-wave interactions and freak waves." *J Phys Oceanogr.*, Vol.33, pp.863-884.
3. Longuet-Higgins, M.S. (1963) "The effect of non-linearities on statistical distributions in the theory of sea waves." *J Fluid Mech*, Vol.17, pp. 459-480.
4. Mori, N. (2004) "Occurrence probability of a freak wave in a nonlinear wave field." *Ocean Eng.*, Vol.31, pp. 165-175.
5. Mori, N. and Janssen, P.A.E.M. (2006) "On

Kurtosis and Occurrence Probability of Freak Waves." *J Phys Oceanogr.* Vol. 36, pp. 1471-1483.